ÜBER

ELEKTRISCHE ENERGIEAUSSTRAHLUNG

VON

STEN LAGERGREN

STOCKHOLM
DRUCK VON P. PALMQUISTS AKTIEBOLAG
1902.

ÜBER

ELEKTRISCHE ENERGIEAUSSTRAHLUNG

AKADEMISCHE DISSERTATION

DIE MIT GENEHMIGUNG DER

MATEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHEN ABTEILUNG DER

PHILOSOPHISCHEN FAKULTÄT ZU UPSALA

ZUR ERLANGUNG DER DOKTORWÜRDE

ÖFFENTLICH WIRD VERTEIDIGEN

STEN LAGERGREN

PHIL. LIC. OSTROGOTH.

IM PHYSISCHEN AUDITORIUM SONNABEND DEN 13 DEZEMBER 1902

UM 10 UHR VM.

STOCKHOLM

DRUCK VON P. PALMQUISTS AKTIEBOLAG

1902.

Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41548913_0032

INHALT.

Seite

Einleitung 5

I. Allgemeine Methode zur Bestimmung der Dämpfung elektrischer Schwingungen 11

II. Erregung und Abmessung der Oscillatorschwingungen 18

III. Methoden zur Abmessung der Resonatorschwingungen 37

IV. Über die Energieausstrahlung geschlossener Resonatoren 44

A. Abhängigkeit der Strahlung von der Kapazität des Resonators 48

B. Abhängigkeit der Strahlung von den Dimensionen des Resonatordrahtes 50

C. Abhängigkeit der Strahlung von der Konfiguration des Resonatorsdrahtes 55

V. Über die Energieausstrahlung geradliniger Resonatoren, die aus zwei durch einen Draht verbundenen Kapazitäten bestehen 60

A. Instrumente und Vorversuche 62

B. Hauptversuch 65

C. Weitere Versuche 75

VI. Über die Energieausstrahlung stabförmiger Resonatoren 86

VII. Über die Dämpfung und Schwingungsdauer verschieden geformter Resonatoren 99

Einleitung.

Dem Genie Maxwell's verdanken wir den gewaltigen Gedankenbau, der die meisten der bis heute beobachteten elektrischen und magnetischen Erscheinungen in Rechnung bringt und mit keiner derselben in Widerspruch steht. Der Inhalt dieser wunderbaren Theorie scheint beinahe unbegrenzt zu sein. Wann wird derselbe einmal erschöpft sein. Wir wissen es nicht. Vielleicht wird er länger vorhalten, als wir ahnen können.

Gegenwärtig scheint es, als ob sich die Elektrizität immer mehr die Herrschaft über die anderen Naturkräfte anmasse. Das Licht wird von jedem Physiker als eine elektrische Erscheinung erklärt; die Chemie leitet ihre Gesetze aus dem Spiele elektrischer Vorgänge ab, und selbst die alten Atomen werden vielleicht bald elektrischen Begriffen weichen müssen. Die ältere mechanische Naturauffassung tritt allmählich zurück, um von einer elektrischen ersetzt zu werden. Für den Aufbau derselben besitzen wir nun jedenfalls in der Maxwell'schen Theorie ein mathematisches Fundament, dessen Wert nicht unterschätzt werden darf, und es muss also alles, was sich auf die experimentelle Prüfung und Erklärung dieser Theorie bezieht, ein besonderes Intresse beanspruchen können.

Die genialen Ideen Maxwell's mussten, sobald sie der gelehrten Welt bekannt wurden, die Aufmerksamkeit auf sich ziehen. Doch dauerte es bekanntlich noch lange, bis dieselben die Schranken des wissenschaftlichen Konservati-

vismus durchbrechen konnten. Freilich bedauerte man wohl, dass es Schade sei, wenn sie nicht wahr wären; aber es felte noch an einem endgültigen Beweis, an einem *experimentum crucis*, das zwischen den alten und neuen Vorstellungen entscheiden könnte. Dasselbe wurde von Heinrich Hertz [1]) ausgeführt. Durch die grossartigen Arbeiten dieses Forschers wurde die zeitliche Ausbreitung der elektrischen Kraft festgestellt. Es konnte somit von einer unvermittelten Fernwirkung der elektrischen Kräfte nicht mehr die Rede sein. Elektrische Wellen im Luftraume, eine neue Klasse von Erscheinungen, die der alten Elektrodynamik noch fremd waren, wurden nachgewiesen. Alles sprach zu Gunsten der neuen Anschauungen, und durch die klassisch gewordenen Versuche über »Strahlen elektrischer Kraft» wurden die Maxwell'schen Ideen endlich zu einem glänzenden Sieg geführt.

Durch diese Versuche wurde es ausser allen Zweifel gestellt, dass die Ausbreitung einer elektrischen Schwingung in das umgebende Dielektricum in der Form von Strahlen stattfindet, die von Hertz selbst als »Lichtstrahlen von sehr grosser Wellenlänge» [2]) bezeichnet wurden. *Ein Hertz'scher Leiter giebt also fortwährend einen Teil seiner Energie durch Strahlung ab.*

Die alte Elektrodynamik wusste von dieser Energieausstrahlung nichts. Freilich war ihr die Dämpfung der elektrischen Schwingungen bekannt; aber sie leitete dieselbe ausschliesslich aus der Vernichtung der Energie durch Joule'sche Wärme ab. In der That müssen beide Dämpfungsursachen in Betracht gezogen werden. Ein isolierter elektrischer Leiter schwingt wie eine Stimmgabel: *ein Teil der Energie wird durch Ausstrahlung vernichtet, der andere Teil wird von der Leitung absorbiert und in Wärme verwandelt.*

[1]) H. Hertz', Untersuchungen über die Ausbreitung der elektrischen Kraft; Leipzig 1894.

[2]) H. Hertz, loc. cit. pag. 196.

Bei den Hertz'schen und noch schnelleren Schwingungen spielt die Ausstrahlung allerdings die Hauptrolle. Die hier mitzuteilenden Versuche werden dies beweisen.

Herr Tesla [1]) hat auf die Möglichkeit einer dritten Dämpfungsursache hingewiesen. Seiner Ansicht nach müsste nämlich ein elektrischer Resonator, der im Luftraume oder in irgend einem anderen »diskontinuierlichen» (gasförmigen) Dielektricum aufgestellt ist, einen Teil seiner Energie direkt an die nächsten Partikeln des umgebenden Mediums abgeben. Die Form, in welcher diese Energieabgabe vor sich gehen sollte, denkt sich Tesla als eine Bildung von »elektrischen Schallwellen oder Schallwellen elektrisierter Luft.» Es erhielten also die Luftmoleküle, die sich im Augenblicke der Schwingung in der Nähe des Resonators befinden, entweder durch direkte Berührung oder durch Induktion eine gewisse Ladung, die desto grösser ist, je grösser die augenblickliche Ladung der Resonatorpole und die Anzahl der Schwingungen in der Zeiteinheit sind. Im Anschluss an einige Versuche mit Platindrähten in Crook'schen Röhren [2]) hebt Tesla weiter hervor, dass der fragliche Energieverlust hauptsächlich in der Umgebung des Resonatordrahtes stattfinde, und zwar soll die abgegebene Energie sehr schnell mit abnehmender Drahtstärke wachsen.

Wird also die Dämpfung eines Resonators bestimmt einmal, wenn sich der Resonatordraht in Luft befindet, und ein andermal, wenn derselbe in einem »praktisch kontinuierlichen» Medium, z. B. Petroleum, eingetaucht ist, so soll, wenn die Anschauungen Tesla's richtig sind, im ersten Falle eine grössere Dämpfung zu beobachten sein. Solche Versuche sind schon früher von mir ausgeführt. [3]) Durch dieselben

[1]) N. Tesla, The Elektrician 1893, jan. 6.

[2]) N. Tesla, Light and other high frequency Phenomena.

[3]) S. Lagergren, Über die Dämpfung elektrischer Resonatoren; Bih. till K. Sv. Vet.-Akad. Handl. Bd. 23, Afd. I, N:o 4, 1897. Wied. Ann. 64, pag. 290, 1898.

wurden indessen Tesla's Ideen nicht bestätigt. Vielmehr liess sich das Gesetz aufstellen, dass *für mässige Spannungen bei den Hertz'schen Schwingungen im Luftraume keine solche Dämpfung, wie die von* Tesla *angenommene, stattfindet, wenn der Radius des Drahtquerschnittes 0,005 cm und darüber beträgt.*

Die Dämpfung eines Leiters wird durch das logarithmische Dekrement der Schwingungen gemessen. Besitze ich also ein Mittel, das Gesamtdekrement δ zu bestimmen, so lässt sich dasselbe in zwei Komponenten zerlegen: δ_s, Dekrement durch Strahlung, und δ_j, Dekrement durch Entwickelung Joule'scher Wärme, so dass

$$\delta = \delta_s + \delta_j.$$

Von diesen Grössen kan δ_j mit Hülfe der alten Elektrodynamik für sämtliche in der folgenden Untersuchung vorkommende Fälle mit genügender Sicherheit berechnet werden.

Das Strahlungsdekrement ist der Gegenstand dieser Untersuchung. Die Grösse desselben lässt sich in einigen Fällen durch Integration der Maxwell'schen Gleichungen ableiten, und ein Teil der hier mitzuteilenden Versuche wird somit einen quantitativen Vergleich der Maxwell'schen Theorie mit der Erfahrung gestatten.

Das Studium der Gesetze der elektrischen Strahlung ist allerdings schon an sich von Wichtigkeit. Der spekulativen Physik stellt sich nämlich immer dringender das Problem von den elektrischen Vorgängen entgegen, die sich in den Zentren der Licht- und Wärmestrahlung geltend machen. Die moderne Auffassung sucht diese Strahlungserscheinungen aus den schnellen elektrischen Schwingungen elementarer Leiter, seien es Elektronen oder Ionen, abzuleiten. [1]) Wenn aber nun auch in einem leuchtenden Körper die fraglichen Teilchen nicht von einander isoliert schwingen können,

[1]) Vergl H. A. Lorentz, Versuch einer Theorie der elektrischen und optischen Erscheinungen in bewegten Körpern.

sondern vielmehr starke Induktionswirkungen auf einander ausüben müssen, so dass die beobachtete Strahlung als die Gesamtwirkung eines ganzen Systems elementarer Schwingungen anzusehen ist, so müssen doch jedenfalls die Gesetze dieser Gesamtstrahlung schliesslich auf die Gesetze der elementaren Schwingungen zurückgeführt werden können. Eine eingehende Behandlung des genannten Problems muss somit eine möglichst weite Kenntnis von den Strahlungsgesetzen verschiedener Leiterformen voraussetzen.

Auch die moderne Wärmelehre lässt sich zum Teil auf dem Grunde elektromagnetischer Prinzipien aufbauen. So hat neuerdings Herr M. Planck [1]) aus dem Studium irreversibler Strahlungsvorgänge, namentlich der von einem geradlinigen Hertz'schen Leiter emittierten und absorbierten Energie, einen elektromagnetischen Beweis für die beiden Hauptsätze der Thermodynamik in ihrer Anwendung auf strahlende Wärme geliefert. Somit spielt auch für Fragen dieser Art die Untersuchung der elektrischen Energieausstrahlung eine wichtige Rolle.

Experimentaluntersuchungen über elektrische Strahlung giebt es nicht viele. Die ersten mir bekannten Versuche sind von Herrn V. Bjerknes [2]) ausgeführt. Diesem Forscher verdanken wir auch die einzige Methode [3]), die wir bisher besitzen, um die Dämpfung eines Hertz'schen Resonators zu bestimmen. Von derselben wird im nächsten Abschnitt eine Darstellung gegeben. Die Untersuchungen von Bjerknes wurden im Jahre 1896 von mir in der oben citierten Arbeit [4]) verfolgt. Doch musste ich mich zunächst auf die Untersuchung »geschlossener» Resonatoren beschränken, weil es mir noch an einer Methode zur Abmessung der

[1]) M. Planck, Ann. d. Phys. 1, pag. 69, 1900; 6, pag. 818. 1901.

[2]) V. Bjerknes, Wied. Ann. 44, pag. 74, 1891.

[3]) V. Bjerknes, Über elektrische Resonanz; Bih. till K. Sv. Vet.-Akad. Handl. Bd. 20, Afd. I, N:o 4 u. 5, 1894.

[4]) S. Lagergren, loc. cit.

Schwingungen geradliniger Resonatoren fehlte. Von den damals gewonnenen Resultaten wird im folgenden so viel mitgenommen werden, als für die Kenntnis der Energieausstrahlung von Wichtigkeit ist.

Im Jahre 1898 wurden die Versuche mit neuen Instrumenten und nach einer neuen Beobachtungsmethode wieder aufgenommen und im Sommer 1902 abgeschlossen. Eine Mannigfaltigkeit experimenteller Schwierigkeiten und andere Arbeiten, die dazwischengekommen sind, erklären die lange Dauer der Untersuchungen.

Endlich soll noch eine Arbeit von Herrn Kiebitz [1]) erwähnt werden, welche im Laufe meiner Untersuchungen erschien und die elektrischen Schwingungen um einen stabförmigen Leiter behandelt. Einige dort ausgesprochene Gesetze sind schon früher von mir [2]) festgestellt. Auf einen Teil der übrigen Resultate werde ich im Abschnitt VI zurückkommen. Übrigens sind die Versuche des Herrn Kiebitz wohl geeignet zu zeigen, wie ausserordentlich schwer es ist, genaue Strahlungsbestimmungen auszuführen.

Die vorliegende Arbeit ist im mechanischen Institut der Stockholmer Hochschule ausgeführt, dessen Vorstand, Herrn Professor Bjerknes, ich meinen besten Dank für das freundliche Interesse ausspreche, das er meinen Versuchen immer entgegengebracht hat.

[1]) F. Kiebitz, Über die elektrischen Schwingungen eines stabförmigen Leiters; Inaugural-Dissertation, Leipzig 1901.

[2]) S. Lagergren, loc. cit.

I. Allgemeine Methode zur Bestimmung der Dämpfung elektrischer Schwingungen.

Die oben erwähnte, von Herrn V. Bjerknes angegebene Methode zur Bestimmung der Dämpfung Hertz'scher Schwingungen stützt sich auf eine allgemeine quantitative Theorie der elektrischen Resonanzerscheinung. Voraussetzung dieser Theorie ist, dass ein primärer Leiter, »Oscillator», welcher in der Mitte eine kleine, nur durch Funken ausgefüllte Stelle besitzt, in das umgebende Medium eine einfache gedämpfte Sinusschwingung aussendet, deren Amplitude zur Zeit t sich analytisch in der Form

$$F(t) = A\, e^{-\frac{\gamma}{x} \cdot t} \sin\left(2\pi \frac{t}{x} + \alpha\right).$$

darstellen lässt.

In diesem Ausdruck ist t die einzige Veränderliche; A bedeutet den »Intensitätsfaktor», γ das logarithmische Dekrement und x die Schwingungsdauer der Wellen. Die Grösse α endlich giebt die Phase an, worin zur Zeit $t = 0$ die Schwingungen ihre Wirkung geltend machen.

Der vom Oscillator ausgehende Wellenzug wird zum Teil von einem sekundären Leiter, »Resonator», empfangen, der zur Abmessung der sekundären Schwingungen eine elektrometrische Vorrichtung [1]) besitzt. Ist die Periode des

[1]) Auch andere Vorrichtungen können hier gebraucht werden. Siehe pag. 37 »Methoden zur Abmessung der Resonatorschwingungen».

Resonators derjenigen der erregenden Wellen beinahe gleich, so fängt der Resonator an mitzuschwingen. Die Bewegung der Elektrizität wird dabei, wenn die Fundamentalhypothese der Bjerknes'schen Theorie richtig ist, nach der Differentialgleichung des gedämpften Pendels verlaufen. Bezeichet also q den Potentialunterschied der zwei Pole des Empfängers, so soll der Verlauf der sekundären Schwingungen durch die Gleichung

$$\frac{d^2q}{dt^2} + 2\frac{\delta}{\tau}\frac{dq}{dt} + \frac{4\pi^2 + \delta^2}{\tau^2} \cdot q = F(t)$$

repräsentiert werden, wo δ das logarithmische Dekrement und τ die Schwingungsdauer der sekundären Wellen sind.

Es wird ferner vorausgesetzt, dass die Periode der primären Schwingungen in gewissen Grenzen verändert wer-

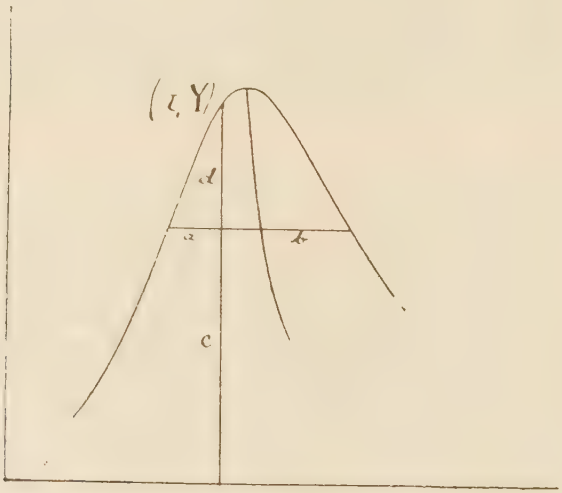


Fig. 1.

den kann, und dass der Erreger so kalibriert ist, dass die Periode immer eine bekannte Grösse ist. Misst man nun mit dem Elektrometer den Integraleffekt der Resonator-

schwingungen für verschiedene Schwingungsdauer des Oscillators und trägt in ein Koordinatensystem die Schwingungsdauer der primären Wellen als Abscisse, die zugehörige Elektrometerablenkung als Ordinate ein, so bestimmen die so gezeichneten Punkte eine Kurve, die »Resonanzkurve« (Fig. 1), deren Steilheit von der Dämpfung der beiden Leiter abhängt

In dieser Kurve wird der x-Achse parallel eine Anzahl Sehnen gezeichnet, deren Mittelpunkte man sucht. Der geometrische Ort dieser Punkte ist eine gleichseitige Hyperbel, die sich asymptotisch der x-Achse nähert. Die andere Asymptote, die der y-Achse parallel ist, wird konstruiert und schneidet die Resonanzkurve im Isochronitätspunkte (τ, Y), dessen Abscisse (τ) die Periode des Resonators angiebt.

Demnach misst man die vier Segmente a, b, c, d ab, worin sich die »Ordinate bei Isochronismus« (Y) und eine beliebige der Sehnen teilen, und berechnet danach den Mittelwert (ω) der logarithmischen Dekremente von Oscillator (γ) und Resonator (δ) aus der Formel:

$$\frac{\gamma + \delta}{2} = \omega = \pi \sqrt{\frac{a\,b\,c}{d}}.$$

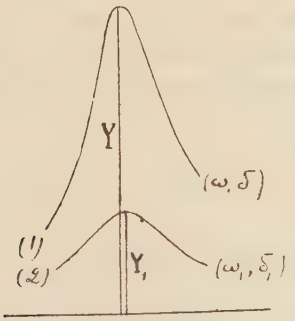


Fig. 2.

Hiernach ist also ω eine bekannte Grösse. Von γ und δ dagegen weiss man bisher nur, dass ihre Summe $2\,\omega$ beträgt. Ein zweiter Resonanzversuch mit Beibehaltung der geometrischen Konfiguration des Resonators, aber mit veränderter Dämpfung desselben, gestattet indessen eine Bestimmung der einzelnen Dekremente γ und δ. Sind nämlich (Fig. 2) V, ω, δ die Parameter der ersten Kurve (1) und V_1, ω_1, δ_1 die entsprechenden Parameter der anderen Kurve (2), während γ und τ in beiden Fällen dieselben sind, so bestehen die Gleichungen

$$\begin{aligned} \gamma + \delta &= 2\,\omega \\ \gamma + \delta_1 &= 2\,\omega_1 \\ V\,\omega\,\delta &= V_1\,\omega_1\,\delta_1\,, \end{aligned}$$

aus denen für δ leicht der Wert

$$\delta = 2\,V_1\,\omega_1 \cdot \frac{\omega_1 - \omega}{V\,\omega - V_1\,\omega_1}$$

abgeleitet wird.

Die erforderliche Variation der Dämpfung des sekundären Leiters ohne Konfigurationsveränderung desselben kann man im allgemeinen dadurch erreichen, dass man in irgend einer Weise den Leitungswiderstand des Resonators verändert. Dabei tritt indessen in den meisten Fällen eine kleine Verschiebung der Periode ein. Ist τ_0 die im zweiten Falle gefundene Schwingungsdauer und V_0 die zugehörige Skalenablesung, so wird das bei der Berechnung von δ zu benutzende V_1

$$V_1 = V_0 \left(1 - 5\,\frac{\tau_0 - \tau}{\tau}\right)$$

im Falle elektrometrischer Messungen, und

$$V_1 = V_0 \left(1 - 3\,\frac{\tau_0 - \tau}{\tau}\right),$$

wenn die Schwingungen auf thermischem oder magnetischem Wege gemessen werden.

Die obigen Resultate sind durch Rechnungen abgeleitet, die nur angenähert sind. Sie können also nur unter gewissen Bedingungen gültig sein, und zwar wird verlangt: einerseits dass die Veränderungen der Periode des Oscillators stets so unbedeutend sind, dass die Grösse $\left(\frac{\tau - x}{2\tau}\right)^2$ neben der Einheit klein ist, anderseits dass die Dämpfung so gering ist, dass man ω^2 neben $(2\pi)^2$ vernachlässigen kann.

Aus der ersten dieser Bedingungen geht hervor, dass bei der graphischen Bestimmung der logarithmischen Dekremente nur solche Punkte der Resonanzkurve verwendet werden sollen, die in der Nähe des Isochronitätspunktes liegen [1]). Aber eine obere Grenze für die Grösse $\left(\frac{\tau - x}{2\tau}\right)^2$ wird durch die Rechnungen nicht gegeben. In diesem Punkte wird jedoch die Theorie in jedem einzelnen Falle durch die Versuche erläutert.

Es soll nämlich hier hervorgehoben werden, dass die Bjerknes'sche Theorie in bester Übereinstimmung mit den Versuchen steht. Was die Theorie verlangt, wird im wesentlichen von der Erfahrung bestätigt. Genügende Beweise hierfür liefern einige von Bjerknes selbst ausgeführte Versuche [2]), mehrere von mir schon publicierte Versuchsreihen [3]) und endlich das neue Beobachtungsmaterial, das im folgenden mitgeteilt wird.

---

[1]) Anderseits ist natürlich zu beachten, dass die fraglichen Punkte so weit vom Isochronitätspunkte liegen, dass die Grösse d mit hinreichender Genauigkeit bestimmt werden kann.

[2]) V. Bjerknes, Bih. till K. Sv. Vet.-Akad. Handl. B. 20, N:o 5, 1894.

[3]) S. Lagergren, Wied. Ann. 64. pag. 290, 1898.

Jeder einzelne Versuch lässt auch, wie oben bemerkt, entscheiden, in welchen Grenzen die abgeleiteten Eigenschaften der Resonanzkurve und die daraus herrührenden Konstruktionen gültig sind. Werden nämlich bei der Aufzeichnung der Mittelpunktskurve auch solche Sehnen zu Hilfe genommen, deren Entfernung vom Punkte des Isochronismus relativ gross ist, so weicht im allgemeinen der untere Teil der so gefundenen Kurve von der verlangten Hyperbelform ab. Diese Abweichung kommt leicht dadurch zum Vorschein, dass dieser Teil der Kurve keine konstante Asymptotenlage bestimmt. Aus den steileren Teilen der Kurve lässt sich aber bei sorgfältig angestellten Resonanzversuchen die Asymptote mit aller erwünschter Genauigkeit konstruieren. Dieses Gebiet der Kurve soll darum bei der graphischen Bestimmung der Schwingungsdauer und der Dämpfung gebraucht werden. Die Unveränderlichkeit der Asymptotenlage und des Dekrements, aus verschiedenen Sehnen abgeleitet, kann dabei als ein Kriterium für die Genauigkeit des Versuches betrachtet werden.

Den obigen Gesetzen muss noch eine wichtige Bemerkung beigefügt werden. Sie handelt von dem Einfluss, den die Nähe des Erregers unter Umständen auf die Strahlung des Empfängers ausüben kann. Schon bei meinen ersten Versuchen über die Dämpfung elektrischer Resonatoren wurde ich nämlich darauf aufmerksam gemacht, dass eine solche Beeinflussung der beiden schwingenden Systeme auf einander wirklich vorhanden ist [1]), wie aus folgendem Beispiel ohne weiteres erhellt. Ein Oscillator und ein Resonator wurden in verschiedenen Entfernungen von einander aufgestellt. Für jede Aufstellung wurden danach sowohl die mittleren als die einzelnen Dekremente der Leiter bestimmt. Es ergaben sich hier folgende zusammengehörige Werte:

[1]) S. Lagergren, Wied. Ann. 64, pag. 294, 1898.

Tabelle I.

Abstand zwischen Oscillator und Resonator in cm	40	55	80	100
Mittleres Dekrement, Resonatordraht aus Kupfer	0,163	0,119	0,076	0,077
Mittleres Dekrement, Resonatordraht aus Eisen	0,306	0,241	0,198	0,195
Dekrement des Oscillators	0,253	0,184	0,111	0,115
Dekrement des Resonators, Draht aus Kupfer	0,073	0,054	0,041	0,039
Dekrement des Resonators, Draht aus Eisen	0,359	0,298	0,285	0,275

Die mitgeteilte Versuchsreihe ist typisch. Sie zeigt, dass *die Dämpfung bei wachsendem Abstand zwischen den Leitern schnell bis auf einen gewissen kleinsten Wert abnimmt, um danach unverändert zu bleiben* [1]).

Die Entfernung, bei welcher die Unveränderlichkeit des Dekrements erreicht wird, hängt von den Dimensionen der Leiter ab; d. h. je grösser Oscillator und Resonator sind, desto grösser muss der Abstand zwischen denselben gemacht werden, um eine sichere Bestimmung der unabhängigen Dekremente zu gestatten. Bei meinen Untersuchungen habe ich immer jeden Versuch in wenigstens zwei verschiedenen Entfernungen wiederholt, um in jedem Falle volle Garantie für die Zuverlässigkeit der Resultate zu haben.

[1]) Dass das *mittlere* Dekrement um so bedeutender ist, je näher Erreger und Empfänger an einander kommen, ist später von Herrn Kiebitz bestätigt worden (loc. cit. pag. 29).

II. Erregung und Abmessung der Oscillatorschwingungen.

Wer bauen will, legt zuerst den Grund. Von der Festigkeit desselben hängt zunächst die Sicherheit des ganzen Gebäudes ab, denn ein schwankender Grund kann alles umstürzen. Ein kluger Bauherr — hier ein Physiker, der aus Versuchen ein noch so kleines Bauwerk zusammenfügen will — muss darum weder Zeit noch Mühe sparen, um seinem Werk ein Fundament zu verschaffen, dessen Sicherheit keinem Zweifel unterliegt.

Darum habe ich auch immer versucht, durch sorgfältige und umfassende Fundamentierungsarbeiten die Zuverlässigkeit der mitzuteilenden Resultate möglichst weit zu treiben. Fundamentierungsarbeiten waren nun hier in erster Hand der Bau und des Kalibrieren eines Erregers von veränderlicher Schwingungsdauer. Ein Mass für die Sicherheit der Resonanzversuche ist durch die Genauigkeit gegeben, mit der die Oscillatorwellen der Gleichung pag. 11 genügen.

Vom Oscillator wird nun verlangt, dass seine Schwingungsdauer leicht und sicher verändert werden kann, und dass die Elektricitätsbewegung in demselben aus einfachen gedämpften Sinusschwingungen besteht. Oberschwingungen dürfen nicht vorhanden sein. Auch ist es für die graphische Untersuchung von Wichtigkeit, dass die Dämpfung der Oscillatorwellen klein ist.

Bei meinen ersten Versuchen über die Energieausstrahlung elektrischer Resonatoren war von den Eigenschaften verschiedener Leiterformen noch so wenig bekannt, dass sichere Anweisungen aus früheren Untersuchungen kaum zu gewinnen waren. Darum hatten auch die Versuche einen hauptsächlich orientierenden Charakter, der es unter anderem unmöglich machte, im Anfang der Untersuchungen einen für die folgenden Versuche zweckmässigen Oscillator zu bauen, der in allen Fällen zu benutzen gewesen wäre. So wurden auch bei der Untersuchung verschiedener Resonatoren besondere Oscillatoren gebraucht. Der Konstruktion derselben wurde ein Symmetrieprincip zu Grunde gelegt. Die elektrische Resonanz ist nämlich eine Erscheinung, deren Ursache in der Ähnlichkeit der Schwingungsbedingungen — d. h. Dimensionen und Konfiguration — zweier Systeme zu suchen ist. Bei der Erregung einer solchen Erscheinung wird es wohl meistens vorteilhaft sein, durch einen gleichförmigen Bau der beiden Leiter und eine geeignete Anordnung der Versuche die Symmetrie möglichst weit zu treiben.

Diesem Princip gemäss wurden die Oscillatoren und Resonatoren nach Dimensionen und Konfiguration gleich gebaut. Fig. 3 giebt ein schematisches Bild von einem Oscillator.

C, C_1 sind zwei kreisförmige Messingscheiben, die zusammen einen gewöhnlichen Luftkondensator bilden. Die Scheiben sind auf winkelförmigen Holzstücken festgeschraubt, die an einem T-förmigen Holzgestell befestigt sind, und nach einer horizontalen Führung $A\,A_1$ hin verschoben werden können. Bei F befindet sich die Funkenstrecke, auf der die primären Funken zwischen zwei Messingknöpfchen von etwa 1 cm Länge und 0,4 cm Dicke spielen. Die Knöpfchen sind an den beiden Armen eines gabelförmigen Holzstückes $D\,F$ befestigt, und der Abstand derselben kann durch die Schraube S reguliert werden. $A\,F$ kann in verschiedenen

Höhen an das oben genannte Holzgestell festgeschraubt werden, wodurch es möglich wird, die Länge des Leitungsdrahtes $C F C_1$ zu veränden. $B O B_1$ hat nur den Zweck, den Draht zu unterstützen.

Als ich später zur Untersuchung der Periode und Dämpfung geradliniger Resonatoren überging, konnte ich, auf früheren Erfahrungen fussend, ein für allemal einen Erreger bauen, der seinem Zweck in ausgezeichnetster Weise ent-

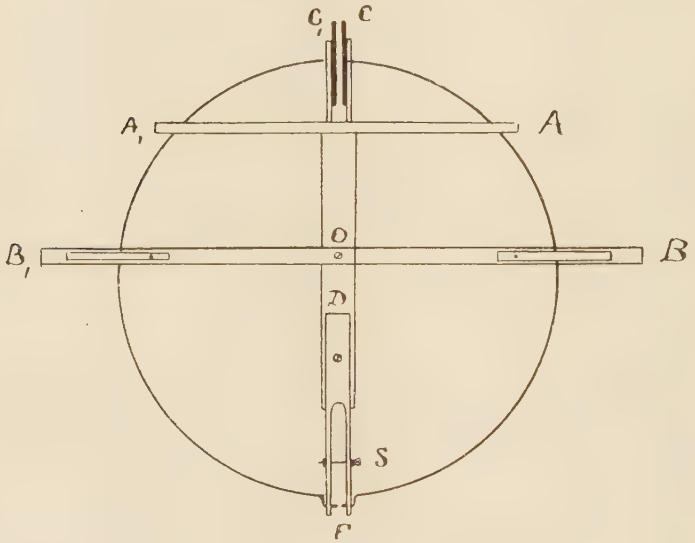


Fig. 3.

sprochen hat. Obwohl die Symmetrie in diesem Falle einen geradlinigen Oscillator verlangte, musste doch diese Forderung anderen noch stärkeren weichen. Vor allem machten sich hier folgende Forderungen geltend: das Bedürfnis eines Erregers, dessen Schwingungsdauer sich leicht und sicher verändern lässt, der zugleich so stabil ist, dass er mehrere Jahre benutzt werden kann, ohne dass die einmal ausgeführte Kalibrierung sich dabei ändert, und dessen

Schwingungen möglichst schwach gedämpft sind. Hier besitzt die »geschlossene» Leiterform entschiedene Vorzüge vor der »offenen». Die geschlossenen Leiter sind auch deshalb vorzuziehen, weil bei ihnen Oberschwingungen nicht so leicht wie bei den offenen enstehen können.

Als Oscillator wurde also auch diesmal ein geschlossener Leiter gewählt. Die Konstruktion desselben geht aus den beigefügten Skizzen (Fig. 4 u. 5) hervor.

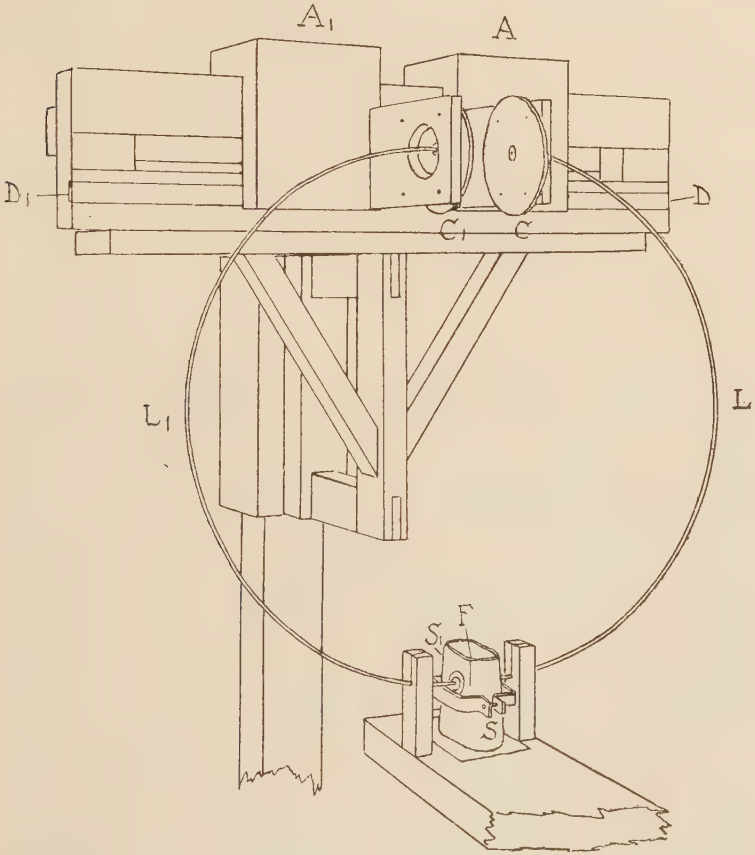


Fig. 4.

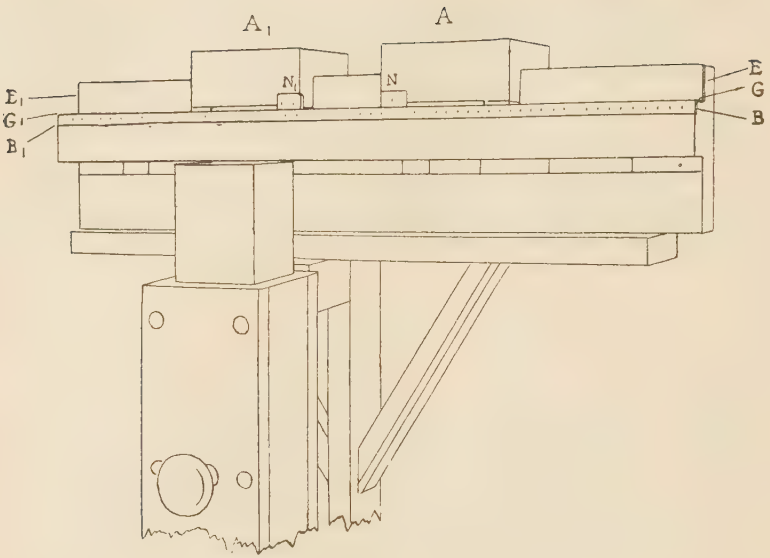


Fig. 5.

C, C_1 sind zwei Messingscheiben von 6 cm Radius und 3,1 mm Dicke, welche durch eine kreisförmige Leitung, LFL_1 verbunden sind, die aus zwei 74,2 cm langen und 2,66 mm dicken Kupferdrähten besteht. An denselben sind oben kleine Messingscheiben von 1 cm Radius und 3,1 mm Dicke angelötet, die in den Platten C, C_1 an Fälzchen eingepasst sind, wo sie durch kleine Messingfedern festgehalten werden. Durch diese Vorrichtung wird es möglich, die Ebene des Oscillators nach Belieben um eine Achse durch die Mittelpunkte der Scheiben zu drehen. Unten besitzt die Leitung eine kleine Funkenstrecke F, wo die Funken zwischen zwei Messingknöpfchen spielen, die 3 cm lang und 7 mm dick und in den Wänden eines mit Petroleum gefüllten Gefässes aus Celluloid festgeschraubt sind. Die Wände des Gefässes können durch zwei Schrauben S, S_1 einander genähert werden, wodurch es möglich wird, die Funkenlänge

zu regulieren. Die Scheiben C, C_1 sind an Holzstücken befestigt, deren Form aus den Figuren ersichtlich ist. Dieselben haben kleine Belegungen aus Eichenholz, die längs drei Gleitschienen aus demselben Material $D\,D_1$, $E\,E_1$ und $G\,G_1$ verschoben werden können. $B\,B_1$ ist eine Skala aus Buchsbaum von 60 cm Länge. Der Abstand der Kondensatorplatten wird mit Hilfe zweier Nonien N, N_1 abgelesen.

Es ist von Wichtigkeit, dass die Scheiben, sobald sie einmal eingerichtet sind, sich ihrer ursprünglichen Lage genau parallel bewegen. Um zu untersuchen, wie weit diese Forderung bei meinem Oscillator erfüllt war, wurde an A und A_1 ein kleiner Spiegel befestigt, und vor demselben in einer mittleren Entfernung von 1 m ein Fernrohr mit Skala aufgestellt. Die Scheiben wurden demnach mehrmals längs der Führung verschoben, wobei ihre Bewegung mit dem Fernrohr beobachtet wurde. Die grösste Abweichung zwischen den Beobachtungen betrug 0,4 mm, was einer Winkelverschiebung von weniger als 1′ entspricht. Die Nulllage der Scheiben — Einstellung, wenn dieselben sich genau berühren — hat sich während der vier Jahre, in denen das Instrument gebraucht worden ist, nicht um ein Zehntel eines Millimeters geändert.

Zur Erregung der primären Schwingungen diente ein kleines Induktorium von Rhumkorff, das durch einen einzelnen Ackummulator oder durch zwei parallelle Ackummulatoren gespeist wurde. Die Funkenlänge betrug dabei etwa 1 cm. Um alle vom Induktorium herrührende Perturbationen zu vermeiden, wurde dasselbe von einem mit Stanniol bekleideten Holzkasten ($55\times27\times27$ cm) umgeben. Die Pole des Induktoriums waren durch zwei dünne Eisendrähte mit der Funkenstrecke des Oscillators verbunden. Die Länge der Oscillatorfunken betrug durchschnittlich 0,2 mm

Zur Abmessung der primären Wellen bot sich eine Menge von Methoden dar, die von verschiedenen Forschern geprüft worden sind. Da es galt, zwischen denselben zu

entscheiden wurde das grösste Gewicht darauf gelegt, eine Methode zu finden, die genau und sicher eine anschauliche Darstellung der Wellenbewegung in ihren Einzelheiten gäbe. Bestimmungen, die schneller zum Ziele führen, aber keine Kontrolle auf die Reinheit der zu untersuchenden

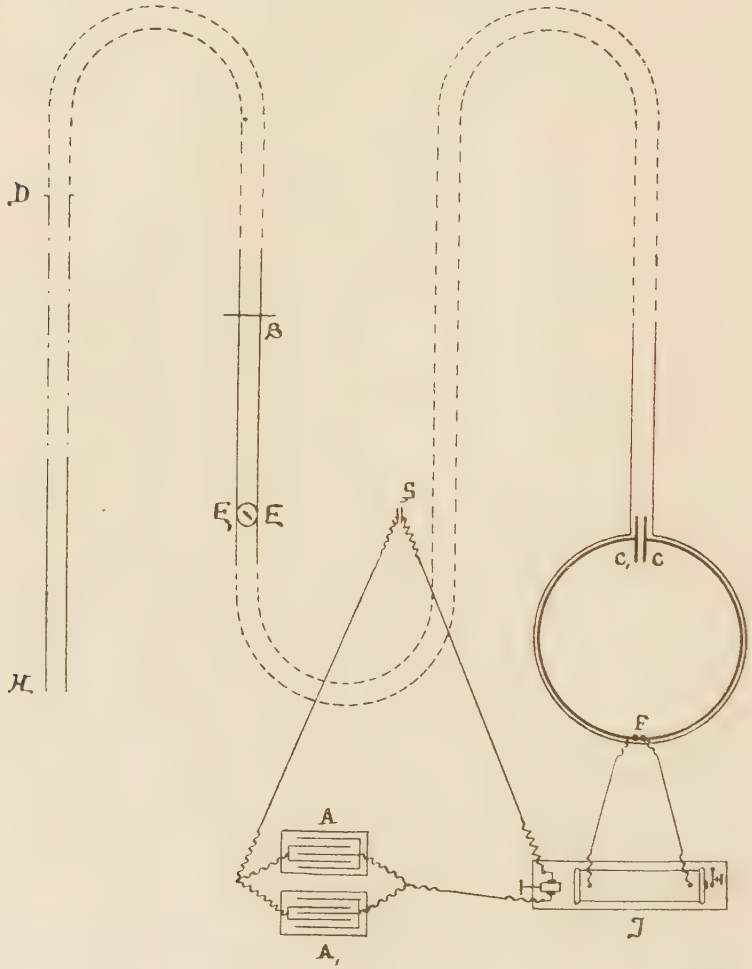


Fig. 6.

Erscheinung liefern, mussten zurückstehen. So wählte ich denn eine Methode, die einer früher von Bjerknes gebrauchten Vorrichtung ähnlich ist. Es wurden nämlich (Fig. 6) die vom Oszillator $C F C_1$ erzeugten Wellen längs einer doppelten Drahtleitung $C E B D H$ fortgeleitet, die durch eine verschiebbare Brücke B geschlossen werden konnte. Dadurch wurden in der Leitung stehende Schwingungen erregt, deren elektrische oder magnetische Wirkungen im Punkte E durch besondere Vorrichtungen einer genauen Messung zugänglich waren. Die Drahtleitung wurde zuerst in einem Abstand von 1 bis 3 cm um den Oscillator gelegt, ging von hier nach der Decke des Zimmers [1]) und dann durch die Wand ins Freie hinaus nach einem Turm, und kehrte hier in einem Halbkreise nach dem Beobachtungszimmer zurück. Hier wurden die Drähte zuerst an den oben erwähnten Messapparat geleitet und darauf in einer Schraubenlinie nach acht Holzpfeilern geführt, die an den Wänden aufgestellt waren. Die Leitung $C B D$ bestand aus 2 mm dicken Kupferdrähten in einem Abstand von einander von etwa 10 cm, die in 1 mm dicke Eisendrähte endeten. Die Gesamtlänge der Leitung vom Oscillator bis zum Messapparat E betrug 165 m, die Länge der von E ausgehenden Kupferdrähte 45 m und die der Eisendrähte 50 m. Die Längen sind also genügend gross. [2]) Die Drähte wurden an die Pfeiler durch Holzstücke festgeklemmt und von denselben durch Kautschuk isoliert. Infolge einer Mitteilung des Herrn Bjerknes, dass er bei nassem Wetter — wahrscheinlich auf Grund mangelhafter Isolation — eine Abnahme der Elektrometerablenkungen beobachtet habe, wurden die Drähte im Freien möglichst sorgfältig isoliert. In der Nähe der an der Decke befestigten Stütze wurden nämlich die Drähte durch etwa 1

[1]) Die Dimensionen des Beobachtungszimmers waren: Länge 5,4 m, Breite 5,4 und Höhe 4,1 m.

[2]) Vergl. V. Bjerknes, Bih. till K. Sv. Vet.-Akad. Handl. Bd. 20, N:o 5, pag. 14, 1894.

m lange dreifache Rohre aus Ebonit gezogen. Fig. 7 zeigt den axialen Durchschnitt eines solchen Rohres. $A\,A_1$, $B\,B_1$, $C\,C_1$ sind die drei Rohre, $D\,D_1$ der Draht, der von der unmittelbaren Berührung mit dem Rohre $C\,C_1$ durch getheertes Tauwerk geschützt ist. Bei dieser Anordnung war eine Änderung der Oscillatorwirkungen bei verändertem Wetter niemals merkbar.

Fig. 7.

Infolge der oben angeführten Voraussetzung muss nun die Elektrizitätsbewegung im Oscillator der Gleichung

$$F(t) = A\,e^{-\frac{\gamma}{\tau}\cdot t}\sin\left(2\,\pi\,\frac{t}{\tau} - a\right)$$

genügen.

Nimmt man E als Ausgangspunkt des Koordinatensystems und den Draht als X—Achse, so wird das im Punkt E durch den einfallenden Wellenzug erzeugte Potential

$$V_1 = F(t).$$

Das von der bei der Brücke reflektierten Welle herrührende Potential V_2 wird dann

$$V_2 = -F\left(t - \frac{2\,x}{c}\right),$$

und das Gesamtpotential in E

$$V = F(t) - F\left(t - \frac{2\,x}{c}\right),$$

während das entsprechende Potential in E_1 die Grösse $-V$ hat. c ist die Lichtgeschwindigkeit.

Wird nun zwischen E und E_1 ein kleiner Leiter aufgehängt, so wird dieser durch Influenz elektrisiert und von E, E_1 angezogen, wobei die Ablenkung y dem Integral

$$\int_0^\infty V^2\,dt$$

proportional wird.

Führt man die Integration aus, so erhält man als Resultat

$$y = K_1 - K e^{-\frac{2\gamma}{\lambda} \cdot x} \cos\left(4\pi \cdot \frac{x}{\lambda} + k\right)$$

wo λ die Wellenlänge des einfallenden Wellenzuges ist.

Zeichnet man also eine Kurve, bei der die Entfernungen zwischen Brücke und Elektrometer die Abscissen und die zugehörigen Elektrometerablenkungen die Ordinaten sind, so giebt diese Kurve »eine graphische Darstellung des vom Oscillator erzeugten Wellenzuges im halben Massstabe» [1]), so dass man die Wellenlänge des einfallenden Wellenzuges durch Verdopplung der Wellenlänge der Interferenzkurve erhält.

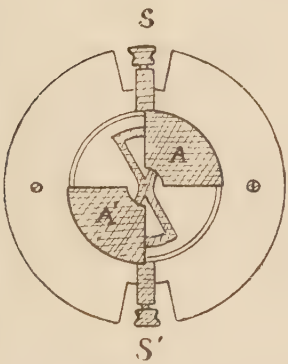


Fig. 8.

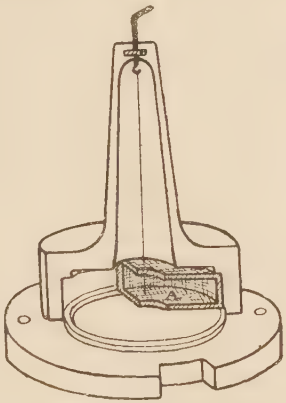


Fig. 9.

Zur graphischen Abmessung der Interferenzwellen habe ich mich mit Vorteil der von Bjerknes vorgeschlagenen Konstruktion [2]) bedient.

Bei den meisten Bestimmungen diente als Messapparat ein kleines, von demselben Forscher angegebenes Elektro-

[1]) Bjerknes, Bih. till K. Sv. Vet.-Akad. Handl. Bd. 20, N:o 5, pag. 11, 1894.

[2]) Bjerknes, Bih. till K. Sv. Vet.-Akad. Handl. Bd. 20. N:o 5, pag. 8, 1894.

meter. [1]) Dasselbe ist in Fig. 8 u. 9 abgebildet. Es bestand ganz einfach aus zwei Messingquadranten A, A_1 von

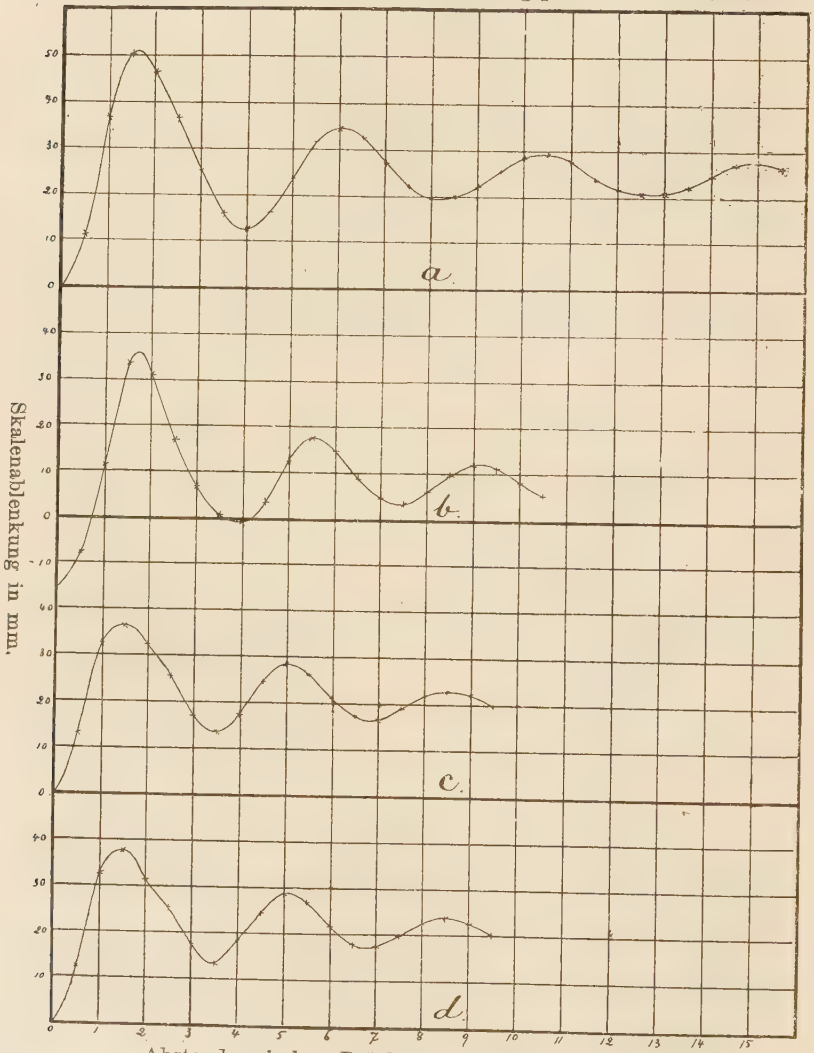


Fig. 10.

[1]) Bjerknes, Wied. Ann. 44, pag. 77, 1891.

2 cm Radius und 0,6 cm innerer Höhe, die mittels zwei Klemmschrauben S, S_1 mit der Drahtleitung in Verbindung standen. Die aus dünnem Aluminium verfertigte Nadel war mittels eines feinen Quarzfadens aufgehängt und trug einen kleinen Spiegel, dessen Ablenkungen mit Fernrohr und Skala beobachtet wurden. Ein turmförmiger, mit einem »Fenster» versehener hölzener Deckel schützte vor Luftströmungen, und trug zugleich den Faden mit der Elektrometernadel. In Fig. 10 a ist eine Interferenzkurve aufgetragen, die mit diesem Instrumente bestimmt wurde. Der entspre-

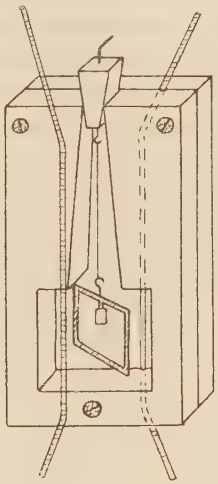


Fig. 11.

chende Abstand der Kondensatorplatten des Oscillators ist 10,1 mm, die gefundene Wellenlänge 430 cm.

In einigen Fällen, wenn die Kalibrierung des Erregers beinahe abgeschlossen war, wurde auch eine andere noch einfachere Vorrichtung gebraucht. Dieselbe ist aus Fig. 11 ersichtlich. In einer Vertikalebene, die mit der Ebene der Drähte einen Winkel von etwa 30° bildete, war eine leichte, rechteckige Aluminiumnadel an einem dünnen Quarzfaden

aufgehängt Befand sich diese Nadel zwischen zwei Bäuchen der elektrischen Kraft, so wurde sie von den Drähten angezogen, hing sie aber zwischen den Bäuchen der magnetischen Kraft, so wurde sie abgestossen. [1]) Bei dem von mir verwendeten Instrumente war die Einwirkung der elektrischen Kraft die überwiegende. Dass aber auch eine Abstossung wirklich vorliegt, geht aus der in Fig. 10 b abgebildeten Kurve mit aller wünschenswerten Deutlichkeit hervor. Die Kurve entspricht einem Plattenabstand von 15,1 mm; die aus derselben abgeleitete Wellenlänge beträgt 366 cm.

Es kann von Interesse sein, einige Werte, die mit den beiden verschiedenen Instrumenten bestimmt sind, mit einander zu vergleichen. So wurden für einen Plattenabstand von 15,1 mm mit dem Elektrometer folgende Wellenlängen erhalten, nämlich

$$\lambda_e = 369,\ 375,\ 371 \text{ cm},$$

welche dem oben mit dem Dynamometer gefundenen Werte $\lambda_d = 366$ cm entsprechen. Für einen Plattenabstand von 22,1 mm wurde elektrometrisch gefunden

$$\lambda_e = 340,\ 333 \text{ cm},$$

während die andere Methode die Werte

$$\lambda_d = 341,\ 338 \text{ cm}$$

gab.

Die mit den verschiedenen Instrumenten bestimmten Werte stimmen also gut mit einander überein.

Ehe ich zur Erörterung des aus diesen Versuchen gewonnenen Hauptresultats übergehe, sind der skizzierten Methode noch einige Bemerkungen beizufügen, die für die Zuverlässigkeit der Messungen von Wichtigkeit sind. Von einer eingehenden Diskussion glaube ich jedoch hier Abstand nehmen zu können, da eine solche schon von Herrn

[1]) Vergl. Hertz, Ausbreitung d. el. Kraft, pag. 204.

Bjerknes gegeben ist.[1]) Nur soll bemerkt werden, dass es eine Voraussetzung für die Gültigkeit der abgeleiteten Interferenzkurve ist, teils dass die Reflektion der Wellen an der Brücke eine vollständige sei, teils dass die elektrometrische Vorrichtung eine so geringe Kapazität besitze, dass bei derselben kein merkbarer Energieverlust stattfindet.

Um zu untersuchen, in welchem Grade die erste Bedingung bei den Versuchen erfüllt war, wurde der Oscillator durch zwei Ackummulatoren erregt, so dass der nur einmal vorübergehende Wellenzug eine Ablenkung von 42 Skalenteilen ergab. Darauf wurde zwischen Oscillator und Elektrometer die Brücke eingeschoben, worauf die Elektrometernadel vollkommen in Ruhe blieb. Ein Energieverlust an der Brücke war also durch diesen Versuch nicht nachweisbar.

Die Reflektion am Elektrometer wurde in analoger Weise untersucht. Die Ablenkung der Nadel durch einen nur einmal vorübergehenden Wellenzug wurde zweimal beobachtet: erstens, wenn die Leitung zwischen Oscillator und Elektrometer frei war, zweitens wenn zwischen ihnen ein dem vorigen vollkommen ähnliches Elektrometer eingesetzt wurde. Es wurden dabei folgende zusammengehörige Werte erhalten.

Tabelle II.

Schwingungsdauer des Wellenzuges in 10^{-9} sek.	46,9	40,6	36,1	33,6
Ablenkung bei freier Leitung	10,8	10,1	8,5	7,2
» bei eingeschaltetem Elektrometer	10,7	9,9	8,4	7,0

Bei einer anderen Gelegenheit ergab sich für eine Schwingungsdauer von $46{,}9 \times 10^{-9}$ sek. eine Ablenkung bei freier Leitung von 38,4, bei eingeschaltetem Elektrometer von 37,5 Skalenteilen. Der betreffende Energieverlust beträgt

[1]) V. Bjerknes, Bih. till K. Sv. Vet.-Akad. Handl. Bd. 20, N:o 5, pag. 11; 1894.

also höchstens etwa 2 % und kann also ausser Acht gelassen werden.

Die Untersuchung des Oscillators führte zu den in Tab. III enthaltenen Resultaten:

Tabelle III.

Abstand der Platten in mm		3,1	4,1	5,1	5,6	6,1	6,6	7,6	9,1	10,1	11,1	15,1	22,1	32,1	110,1	210,1	310,1
Gemessene Wellenlänge der Interferenzkurve in cm.	I	703	605	557	551	543	538	507	454	430	414	369	333	305	244	224	215
	II	702	608	565	554	544	534	503	454	430	411	375	340	306	247	226	218
	III	706	614	561	556	538	533	503	449	430	414	371	341	296	—	—	—
	IV	—	—	561	—	—	—	—	455	—	—	366	338	—	—	—	—
	V	—	—	560	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
	VI	—	—	562	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Mittel		703,7	609,0	561,0	553,7	541,7	535,0	504,3	453,0	430,0	413,0	370,3	338,0	302,3	245,5	225,0	216,5
Wellenlänge d. Oscillators in cm.		1407	1218	1122	1107	1083	1070	1009	906	860	826	741	676	605	491	450	433
Schwingungsdauer d. Oscillators in 10^{-9} sek.		46,9	40,6	37,4	36,9	36,1	35,7	33,6	30,2	28,7	27,5	24,7	22,5	20,2	16,4	15,0	14,4

Die für den Abstand 5,1 mm in den drei ersten Reihen befindlichen Zahlen sind die zuerst bestimmten, die in den drei letzten Reihen enthaltenen dagegen die zuletzt gemessenen. Da der Zeitraum zwischen diesen Bestimmungen mehr als ein Jahr betrug, liefert die Übereinstimmung derselben einen guten Beweis für die Unveränderlichkeit des Oscillators.

Um die Schwingungsdauer des Oscillators auch für andere Plattenabstände als die obigen ermitteln zu können und gleichzeitig von Versuchsfehlern herrührende Unregelmässigkeiten auszugleichen, wurde ein Teil der gefundenen Resultate in eine Interpolationsformel zusammengefasst, deren Konstanten nach der Methode der kleinsten Quadraten berechnet wurden.

Bezeichnet d den Abstand der Kondensatorplatten, τ die dazugehörige Schwingungsdauer, so wurde gefunden

$$10^9 \times \tau = 127{,}45\ d^{-1} + 16{,}477 - 0{,}01122\ d + 0{,}0000095\ d^2$$

Die Übereinstimmung der berechneten mit den beobachteten Werten wird aus der folgenden Zusammenstellung ersichtlich.

Tabelle IV.

d	$\tau \times 10^9$ beob.	$\tau \times 10^9$ ber.
7,6	33,6	33,16
9,1	30,2	30,38
10,1	28,7	28,98
11,1	27,5	27,84
15,1	24,7	24,75
22,1	22,5	22,00
32,1	20,2	20,10
110,1	16,4	16,51
210,1	15,0	15,14
310,1	14,4	14,32

Eine Vorstellung von der Genauigkeit der obigen Versuche mag folgendes Beispiel geben. Die Empfindlichkeit des von mir zuerst verwendeten Elektrometers erwies sich für einen Abstand der Kondensatorplatten von 15,1 mm. als so gering, dass ich fürchtete, bei noch grösseren Abständen würden genaue Messungen mit demselben Instrument unmöglich sein. Ich machte darum einen Versuch, die Ablenkungen dadurch zu vergrössern, dass der Oscillator durch zwei Ackummulatoren erregt wurde. Hierbei ergaben sich die in Fig. 10 c und 10 d gezeichneten Kurven. Es fiel mir sofort in die Augen, dass beide an dem ersten herabsteigenden Kurvenast eine Unregelmässigkeit zeigten. Wiederholte Versuche gaben dasselbe Resultat. Die aus den Kurven abgeleitete Wellenlänge wurde gleich 337 bez. 335 cm gefunden. Vorhergehende Versuche, bei denen nur ein Ackummulator gebraucht wurde, hatten indessen regelmässige Kurven mit einer grösseren Wellenlänge von 372 cm gegeben, und wenn nun der Versuch mit nur einem Ackummulator wiederholt wurde, so ergab sich wieder die grössere Wellenlänge. Wurde in die primäre Stromleitung noch ein Widerstand eingeschaltet, so zeigte sich keine weitere Vergrösserung der abgemessenen Welle. Es hätte zu weit von der geplanten Untersuchung geführt, diese eigentümliche Erscheinung zum Gegenstand weiterer Versuche zu machen. Ein wichtiger Schluss kann aber aus der beschriebenen Beobachtung gezogen werden: *es ist bei der Abmessung von Wellenlängen von der grössten Wichtigkeit, dass man eine Methode verwendet, die ein deutliches und anschauliches Bild von der Wellenbewegung in ihren Einzelheiten giebt.*

Die Erklärung der beobachteten Erscheinung liegt wahrscheinlich in dem Vorhandensein einer oder mehrerer nicht völlig harmonischer Oberschwingungen, die erst bei stärkerer Erregung zum Vorschein kommen. Bekanntlich hängt das Auftreten von Oberschwingungen bei einem akustischen System, z. B. einer Pfeife, von der Intensität der Erregung

ab. Wäre es dann zu kühn anzunehmen, dass die jetzt beobachtete Erscheinung das elektrische Analogon hierzu bildet?

Jedenfalls muss man aus dem obigen lernen, dass *es bei messenden Versuchen über elektrische Schwingungen vorteilhaft ist, mit möglichst kleinen Spannungen zu arbeiten,* eine Erfahrung, die ich übrigens schon lang vorher gemacht habe, da es sich immer zeigte, dass die Wirkungen regelmässiger wurden, wenn die Intensität der Oscillatorschwingungen gering war.

III. Methoden zur Abmessung der Resonatorschwingungen.

Um die Resonatorschwingungen zu beobachten, misst man die maximale Schlagweite der sekundären Funken oder schätzt man die elektrometrischen oder magnetischen Integraleffekte. Kommt es nur darauf an, die Schwingungen nachzuweisen oder ein Mass ihrer Intensität zu bekommen, ohne dass ein näheres Eingehen auf die Schwingungsbedingungen erforderlich ist, so mag es bei geringer Dämpfung und nicht zu kleiner Schwingungsdauer auch ziemlich gleichgültig sein, welche von diesen Beobachtungsmethoden man wählt. Ist aber der Zweck der Messungen eine Bestimmung der Energieausstrahlung der Leiter, wo es von Wichtigkeit ist, dass auch kleine Veränderungen der Dämpfung zum Vorschein kommen, so steht die Funkenmessung an Genauigkeit den übrigen Beobachtungsmethoden weit nach, und wird sogar oft völlig unbrauchbar. Zu Versuchen über die Dämpfung eignen sich also nur Messungen, die eine Schätzung der elektrometrischen oder magnetischen Integraleffekte gestatten.

Bei den bisher ausgeführten Resonanzversuchen sind immer elektrometrische Messungen in Anwendung gekommen. Die elektrometrische Abmessung der Resonatorwellen hat sich auch dabei als für geschlossene Resonatoren sehr zweckmässig gezeigt. Sie geschah bei meinen Versuchen mit Hilfe der folgenden einfachen Vorrichtung (Fig. 12).

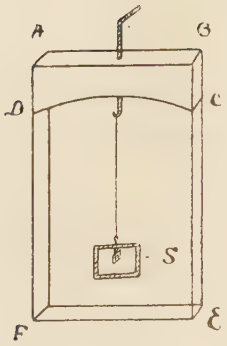


Fig. 12.

A B C D ist ein Holzstück, dessen unterer Rand kreisförmig mit einem Radius gleich dem der Kondensatorplatten ist. *B E*, *E F*, *F A* sind drei rechteckige Glasplatten, die fest mit einander zusammengefügt sind. In der Mitte ist eine rechteckige Nadel aus Aluminium bifilar aufgehängt, welche einen kleinen Spiegel *S* trägt. Das Elektrometer wird nun so zwischen die Resonatorscheiben festgeklemmt, dass der untere Rand des Holzstückes nach den oberen Rändern der Scheiben fällt. Das Ganze bildet so einen geschlossenen, vor Luftströmungen geschützten Raum.

Durch die Bewegung der Elektrizität im Resonator wird abwechselnd die eine Scheibe positiv, die andere negativ geladen. Befindet sich nun die Elektrometernadel etwa in der Mitte, so sind die Kraftlinien als parallel anzusehen, und streben auch die Nadel sich parallel zu stellen. Diese will also einen ablenkenden Impuls erhalten, welcher dem Integraleffekte der Schwingungen proportional ist.

Versuche, elektrometrische Beobachtungen auch bei der Untersuchung geradliniger Resonatoren zu verwenden, sind mir nicht gelungen. Für diesen Zweck war ich also auf magnetische oder thermische Messungen hingewiesen.

Die einfachste Methode ist im allgemeinen die sicherste. An Einfachheit aber wird die nun zu beschreibende Vorrichtung nicht übertroffen werden können. Darum glaube ich auch, dass sie etwaigen thermischen oder bolometrischen Messungen vorzuziehen ist.

In der Mitte des Resonatordrahtes, wo sich ein Bauch der magnetischen Kraft befindet (bei der Untersuchung der Grundschwingung), wurde der Draht $D\,A\,D_1$ umgebogen, wie in der beistehenden Skizze (Fig. 13).

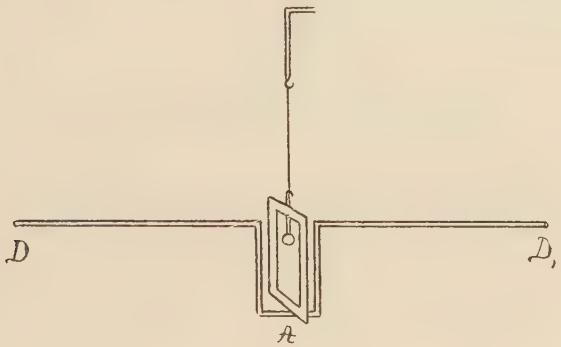


Fig. 13.

Der umgebogene Teil des Drahtes wurde in einem Holzgestell festgeklemmt, das demjenigen in Fig. 11 abgebildeten ähnlich war. In dem kleinen vom Draht gebildeten Rechteck war eine leichte Aluminiumnadel derselben Form aufgehängt, deren Ablenkungen mit Fernrohr und Skala gemessen wurden.

Wird nun die Elektrizität im Resonator in Bewegung gesetzt, so wird in der Nadel ein dem Resonatorstrom entgegengesetzter Strom induziert, welcher der Potentialschwankung im Resonator proportional ist. Die Nadel erhält hierdurch einen ablenkenden Impuls, dessen Integraleffekt der Grösse

$$\int_0^\infty i^2 dt$$

proportional ist, wo die Stärke des Resonatorstromes durch i bezeichnet ist.

Zur Vergleichung der beiden Methoden wurden an einem Resonator, der in Fig. 14 schematisch abgebildet ist, beide

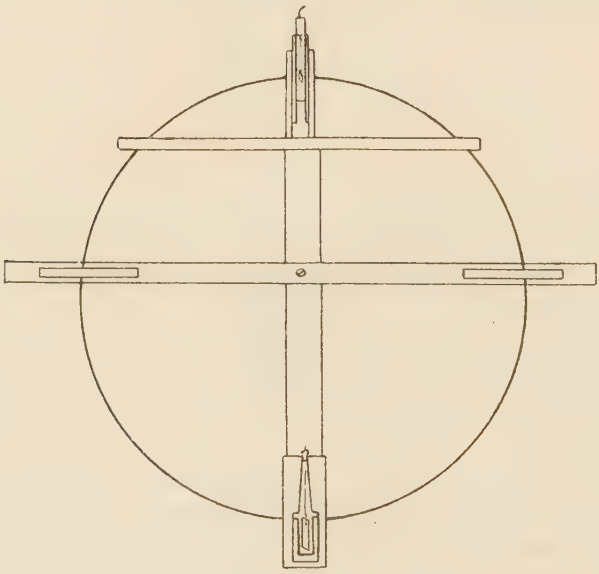


Fig. 14.

Messapparate angebracht, und dann mit beiden Instrumenten die Resonanzkurven bestimmt.

Die Resultate sind in den Tabellen V, VI, VII enthalten. Es bezeichnen: d den Abstand zwischen den Oscillatorplatten in mm, x die Schwingungsdauer des Oscillators in 10^{-9} sek., y_{el} die dazugehörige Elektrometerablenkung, y_{dyn} die Ablenkung des Dynamometers, τ die aus der Resonanz-

kurve bestimmte Schwingungsdauer des Resonators und ω das mittlere logarithmische Dekrement.

Tabelle V

Resonatordraht aus Kupfer.

d	15,1	14,1	13,1	12,1	11,1	10,6	10,1	9,1	8,1	τ	ω
x	24,75	25,36	26,06	26,88	27,84	28,38	28,98	30,38	32,12		
y_{el}	10,1	15,6	27,2	53,8	96,2	97,8	81,1	39,5	22,0	**27,97**	**0,173**
y_{dyn}	6,5	9,1	14,5	27,6	45,1	44,9	36,0	17,4	9,8	**27,96**	**0,177**

Tabelle VI

Resonatordraht aus Eisen.

d	15,1	14,1	13,1	12,1	11,1	10,1	9,1	8,1	τ	ω
x	24,75	25,36	26,06	26,88	27,84	28,98	30,38	32,12		
y_{el}	11,3	16,0	25,1	36,9	44,1	38,1	26,5	17,5	**27,36**	**0,282**
y_{dyn}	15,7	21,4	30,2	41,0	47,1	39,3	26,9	18,0	**27,40**	**0,288**

Tabelle VII

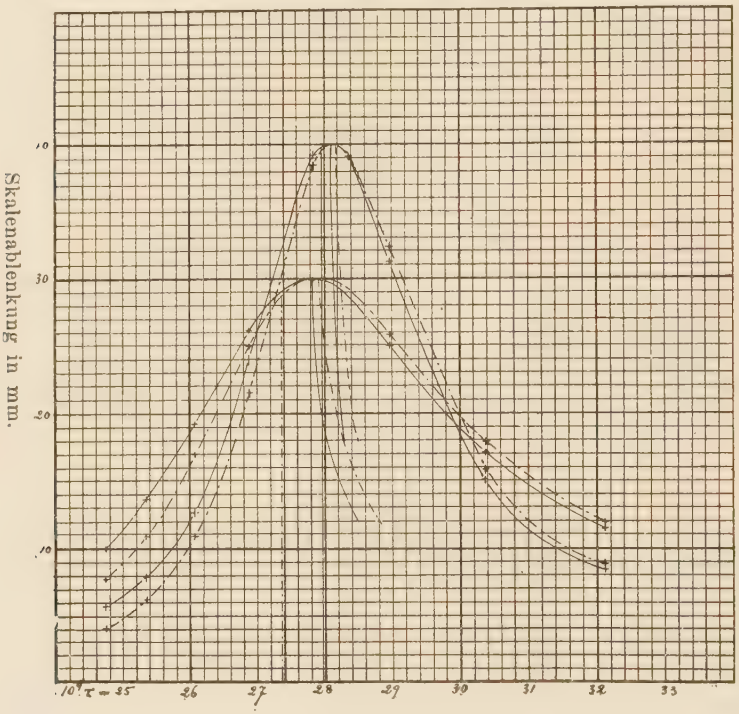
Resonatordraht aus Eisen.

d	15,1	14,1	13,1	12,1	11,1	10,1	9,1	8,1	7,6	τ	ω
x	24,75	25,36	26,06	26,88	27,84	28,98	30,38	32,12	33,16		
y_{el}	9,6	13,3	17,6	22,0	26,6	28,2	26,4	20,9	18,5	**27,7**	**0,476**
y_{dyn}	9,4	11,6	14,6	17,4	19,3	19,1	16,7	12,8	10,9	**27,5**	**0,479**

Die nach den verschiedenen Methoden bestimmten Perioden und Dekremente zeigen eine Übereinstimmung, die als völlig genügend betrachtet werden kann. Dürfen wir also aus den oben angeführten Versuchen schliessen, dass die Bjerknes'sche Theorie für elektrometrische Messungen richtig ist, so lässt sich aus den soeben mitgeteilten Resultaten der Schluss ziehen, dass *die von* Bjerknes *ange-*

gebene graphisshe Berechnung der Resonanzkurve auch für magnetische oder galvanometrische Messungen gültig ist.

Um die Vergleichung noch anschaulicher zu machen, sind die aus den Tabellen V und VI abgeleiteten Resonanzkurven in Fig. 15 abgebildet. Die Ablenkungen sind dabei



Schwingungsdauer des Oscillators in 10^{-9} sek.

Fig. 15.

so reduciert worden, dass zusammengehörige Kurven dieselbe »Ordinate bei Isochronismus» haben. Die punktierten Kurven sind die elektrometrisch abgemessenen. Es erhellt augenblicklich, dass die Kurven nicht identisch sind, sondern dass *bei den dynamisch abgemessenen Kurven der aufsteigende Kurvenast weniger steil, der herabsteigende aber steiler als die entsprechenden Äste der elektrometrischen Kurven ist.*

Diese Beobachtung steht wieder in bester Übereinstimmung mit der Theorie, denn nach derselben ist der magnetische Integraleffekt proportional dem Kubus der Schwingungsdauer, während der elektrische Integraleffekt der fünften Potenz der Schwingungsdauer proportional ist.

Die magnetische Abmessung der Resonatorschwingungen giebt also Kurven, die symmetrischer als die auf elektrometrischem Wege gewonnenen sind.

IV. Über die Energieausstrahlung geschlossener Resonatoren.

Wie früher erwähnt, bestanden sämtliche hier zu untersuchende geschlossene Resonatoren aus zwei kreisförmigen Messingscheiben, die zusammen einen Luftkondensator bildeten und durch einen Kupferdraht verbunden waren. Es soll hier beschrieben werden, in welcher Weise die Energieausstrahlung eines solchen Resonators von der näheren Beschaffenheit desselben abhängt. Während bei der Dämpfung durch Wärmeentwickelung die innere Konstitution des Resonators, d. h. die physikalischen Eigenschaften des Materials, eine wichtige Rolle spielen, kommen bei der Dämpfung durch Strahlung nur solche Faktoren in Betracht, die von den geometrisch-physikalischen Konstanten des Leiters und von der Natur des umgebenden Mediums abhängen. Es wurde also zuerst die Abhängigkeit der Strahlung von der Kapazität des Resonators untersucht, und dann der Einfluss der Dimensionen und der Konfiguration des Resonatordrahtes studiert.

Oscillator und Resonator wurden immer parallel und möglichst symmetrisch aufgestellt. Die Untersuchung geschah durch Abmessung der Resonatorwellen mit Hilfe desjenigen Elektrometers, das soeben [1]) beschrieben ist. Um die Dämpfung des Resonators zu verändern, wurde der Kupferdraht gegen einen Eisendraht von denselben Dimensionen aus-

[1]) Seite 38.

getauscht. Waren die Elemente der Resonanzkurve im ersten Falle ω, γ und im zweiten ω_1, γ_1, und das logarithmische Dekrement der Resonatorschwingungen δ, so war nach dem obigen [1])

$$\delta = 2\, Y_1 \omega_1 \cdot \frac{\omega_1 - \omega}{Y\omega - Y_1 \omega_1} .$$

Diese Formel zeigt, dass die Bestimmung von δ eine recht unsichere sein muss. Der bestimmenden Faktoren sind nämlich nicht weniger als vier, welche sämtlich aus den Versuchen gegeben werden sollen, und von diesen sind ausserdem ω, ω_1 mit Hülfe der experimentell zu bestimmenden Wellenlängen des Oscillators berechnet. Die Fehlerquellen sind also sehr zahlreich, und ihr Einfluss wird um so grösser, da eine Unsicherheit im Zähler von einer entsprechenden Unsicherheit im Nenner unterstützt wird. Um hinreichende Sicherheit zu erhalten, habe ich darum bei diesen Versuchen immer zwei Kupferkurven und vier Eisenkurven beobachtet, und zwar in der Reihenfolge, dass die Kupferkurven immer in die Mitte der Beobachtungsreihen fielen. Ausserdem wurden Y, Y_1 besonders bestimmt.

Zur Erläuterung der Methode soll hier eine vollständige Beobachtungsreihe mitgeteilt und berechnet werden Die Beobachtungen sind in Tab. VIII enthalten. x bedeutet die Schwingungsdauer des Oscillators in 10^{-9} sek, y, y_1 die Elektrometerausschläge, ω. ω_1 die mittleren Dekremente und Y, Y_1 die »Ordinaten bei Isochronismus» für Kupfer und Eisen.

---

[1]) Seite 14.

Tab. VIII.

x	46,00	46,64	47,34	48,10	48,54	48,94	49,96	51,20	52,74	54,20	55,90	57,46	ω
y_1	2,3	—	4,2	—	—	7,6	8,5	7,6	5,6	4,1	3.0	2,3	0,1996
y_1	2,4	—	4,2	—	—	7,8	8,6	7,7	5,9	4,4	3,2	2,3	0,2046
y	17,7	28,0	58,0	108,9	121,3	111,5	59,2	29,6	18,9	—	—	—	0,0818
y	17,8	27,7	56,2	110,6	121,7	113,0	59,6	32,1	19.0	—	—	—	0,0805
y_1	2,7	—	5,0	—	—	8,5	9,5	8,4	6,3	4,6	3,3	2,5	0,1980
y_1	2,7	—	4,6	—	—	8,4	9,2	8,0	6,0	4,5	3,2	2,4	0,1999

Y war $= 118{,}5$, $Y_1 = 8{,}03$ und die Schwingungsdauer des Resonators $\tau = 48{,}92 \times 10^{-9}$ sek. Hieraus ergiebt sich

$$\delta = 0{,}481.$$

Ein zweiter Versuch führte zu dem Werte

$$\delta = 0{,}450,$$

also im Mittel

$$\delta = 0{,}465\ ^{1}).$$

Das so gefundene Dekrement δ misst nun die Gesamtdämpfung des Resonators und setzt sich aus zwei Komponenten zusammen: δ_s, Dekrement durch Strahlung, und δ_j, Dekrement durch Entwickelung Joule'scher Wärme. Die experimentelle Bestimmung der ersten dieser Grössen ist die Aufgabe dieser Untersuchung. Zu diesem Zweck muss das Joule'sche Dekrement in jedem besonderen Falle berechnet werden. Nach der bekannten Thomson'schen Formel ist nun

$$\delta_j = \frac{R\,\tau}{2\,L},$$

[1]) Siehe Tabelle XIII, pag. 52.

wo τ die Eigenperiode des Resonators, R der Widerstand und L der Selbstinduktionskoeffizient ist. Die Einheiten sind immer diejenigen des absoluten Masssystemes.

Für die Grösse R hat Lord Rayleigh [1]) den Wert

$$R = \sqrt{\frac{\pi r \mu l}{\tau}}$$

berechnet. Hier bezeichnen: r den Widerstand gegen konstanten Strom, μ die magnetische Permeabilität, l die Länge der Schwingungen und π die gewöhnliche transzendente Zahl. Ist die Schwingungsdauer oder der Widerstand r gross, so fügt man nach Stefan [2]) an den obigen Wert für R noch den Korrektionsfaktor $\frac{r}{4}$, sodass der vollständige Ausdruck wird

$$R = \sqrt{\frac{\pi r \mu l}{\tau}} + \frac{r}{4} .$$

Die Formel für δ_j setzt auch die Kenntnis von dem Selbstinduktionskoeffizienten des Resonatordrahtes voraus. Dieser Draht bildet in den hier zu beschreibenden Versuchen entweder einen Kreis oder ein Quadrat.

Für einen kreisförmigen Leiter hat Stefan [3]) unter der Annahme, dass der Strom ganz oberflächlich sei, den Wert

$$L = 2\,l \left(\text{log. nat} \frac{l}{\varrho} - 1{,}758 \right),$$

gegeben, wo ϱ den Radius und l die Länge des cylindrischen Drahtes bezeichnen.

[1]) Lord Rayleigh, Phil. Mag. 21, pag. 390, 1886.
[2]) J. Stefan, Wied. Ann. 41, pag. 411, 1891.
[3]) J. Stefan, Wied. Ann. 41, pag. 405, 1891.

Den Selbstinduktionskoeffizienten des Quadrats für oberflächliche Ströme habe ich [1]) zu

$$L = 2\,l\left(\text{log. nat}\,\frac{l}{\varrho} - 2{,}160\right)$$

berechnet.

A. Abhängigkeit der Strahlung von der Kapazität des Resonators.

Die Kapazität konnte auf zwei Wegen verändert werden: durch Änderung des Abstandes der Scheiben oder durch Anwendung von Scheiben verschiedenen Durchmessers. Beide Methoden wurden gebraucht. Der Abstand der Platten variierte zwischen 1,1 und 3,0 cm, der Durchmesser derselben zwischen 4 und 30 cm.

Die Versuchsresultate sind in den Tabellen IX und X enthalten.

Tabelle IX.

$l = 250$ cm; $\varrho = 0{,}03$ cm; $r = 0{,}142$ Ohm.

Abstand d der Resonatorplatten in cm.	3,0	2,0	1,6	1,1
Schwingungsdauer τ des Resonators in 10^{-9} sek.	40,15	45,44	48,94	55,22
Gesamtdekrement δ	0,0485	0,0464	0,0399	0,0366
Joule'sches Dekrement δ_j	0,0094	0,0101	0,0106	0,0112
Strahlungsdekrement δ_s	0,039	0,036	0,029	0,025
$\frac{\delta_s}{\sqrt{d}}$	0,023	0,026	0,023	0,024

[1]) S. Lagergren, Wied. Ann. 64, pag. 298, 1898.

Tabelle X.

$l = 320$ cm; $\varrho = 0{,}03$ cm; $r = 0{,}182$ Ohm.

Durchmesser D der Resonatorplatten in cm	4	8	12	16	20	30
Schwingungsdauer des Resonators in 10^{-9} sek.	28,9	41,12	53,58	65,72	78,90	108,52
Gesamtdekrement δ	0,1260	0,1030	0,0638	0,0527	0,0489	0,0334
Joule'sches Dekrement δ_j	0,0078	0,0093	0,0106	0,0118	0,0128	0,0155
Strahlungsdekrement δ_s	0,118	0,094	0,053	0,041	0,036	0,018
$\delta_s \cdot D$	0,47	0,75	0,64	0,66	0,72	0,54

Die mitgeteilten Versuche führen unmittelbar zu folgendem Gesetz:

Die Energieausstrahlung geschlossener Resonatoren nimmt bei wachsender Kapazität beständig ab.

Um eine geringe Dämpfung zu erhalten, ist es also vorteilhaft, möglichst grosse Kapazitäten zu verwenden [1]).

Weitere Schlüsse sind aus den obigen Versuchen vielleicht nicht mit Sicherheit zu ziehen, denn einerseits sind die Versuchsfehler wahrscheinlich recht gross und anderseits besitze ich kein Mittel, die Kapazität genau zu berechnen, da weder die Kirchhoff'sche [2]) Formel für die Kapazität des Luftkondensators noch die Thomson'sche Formel für die Periode elektrischer Schwingungen hier hinreichend gültig sein können. Doch sei es mir erlaubt, auf ein Resultat aufmerksam zu machen, das eine gewisse Beachtung wird beanspruchen können. Nach der gewöhnlichen Formel für die Kapazität eines Kondensators ist

[1]) Vergl. hierzu z. B. P. Drude, Arch. des Sciences phys. et nat. (4) 3, pag. 5, 1897.

[2]) G. Kirchhoff, Gesammelte Abhandlungen, pag. 112.

dieselbe dem Quadrate des Plattendurchmessers direkt und dem Plattenabstand umgekehrt proportional. Die letzten Horisontalreihen der beiden mitgeteilten Tabellen zeigen aber, dass die Grössen $\frac{\delta_s}{\sqrt{d}}$ und $\delta_s . D$, freilich mit grossen, aber doch nicht systematischen Abweichungen, konstant sind. Hieraus ergiebt sich als Folgerung, dass *die Energieausstrahlung eines geschlossenen Resonators der Quadratwurzel aus der Kapazität umgekehrt proportional ist.*

B. Abhängigkeit der Strahlung von den Dimensionen des Resonatordrahtes.

Es soll nun untersucht werden, ob und in welcher Weise die Dämpfung durch Strahlung von den Dimensionen des Resonatordrahtes abhängt. Ich habe in dieser Hinsicht Drähte von 0,04 bis 0,2 cm Dicke und von einer Länge zwischen 200 und 350 cm verwendet. Die untere Grenze des Drahtdurchmessers war durch die zu kleine Empfindlichkeit des Elektrometers bedingt. Es wird nämlich bei sehr dünnen Eisendrähten der Widerstand und somit die Dämpfung so gross, dass man sehr empfindliche Instrumente braucht, um die Dekremente mit genügender Genauigkeit bestimmen zu können. Und auch bei sehr scharfen Messungen wird die Bestimmung grosser Dekremente ziemlich unsicher, da die Bjerknes'sche Methode, wie früher erwähnt, immer eine geringe Dämpfung voraussetzt. Dass der Wert 0,2 cm als obere Grenze für den Drahtdurchmesser gewählt wurde, rührt von dem Ausdruck für δ her. Es werden nämlich bei grösserer Drahtstärke die Differenzen $\omega_1 - \omega$ und $Y\omega - Y_1\omega_1$ so klein, dass sie sich der Grenze der wahrscheinlichen Fehler nähern, und somit jede Berechnung von δ wertlos machen. — Die gewählten Längen des Resonator-

drahtes lassen sich aus denselben Gründen erklären. Die Länge 200 cm als Minimum ist teils bei dünnen Drähten durch die zu kleine Empfindlichkeit des Elektrometers, teils bei dicken Drähten durch die Kleinheit der Differenzen $\omega_1 - \omega$ und $Y\omega - Y_1\omega_1$ bedingt. Für grössere Längen als 350 cm würden teils die Dimensionen des Resonatordrahtes zu unbequem zum Handhaben, teils die Ausschläge mit Kuperdrähten im Resonator zu gross werden, wenn ich zugleich die stark gedämpften Eisenkurven mit genügender Genauigkeit bestimmen wollte.

Der Kleinheit dieser Interwalle ungeachtet bieten doch die Werte von δ_s in derselben recht bemerkenswerte Veränderungen, wie die folgenden Tabellen zeigen. Es bezeichnet C den angenäherten Wert der Kapazität des Resonators in elektrostatischen Einheiten, aus der Thomson'schen Formel für die Schwingungsdauer berechnet, die nach C aufgelöst, zu dem Wert

$$C = \frac{\tau^2}{4\,\pi^2\,c^2\,L}$$

führt, wo τ die Schwingungsdauer, L der Selbstinduktionskoeffizient und c die Lichtgeschwindigkeit $= 3 \times 10^{10}$ cm sind. Ferner bezeichnen in den Tabellen XI—XVI ϱ den Radius des cylindrischen Resonatordrahtes und r_1 den Widerstand gegen konstanten Strom in 100 cm des Drahtes.

Tabelle XI.

Kreisförmiger Resonator.

$C = 8{,}1$; $\varrho = 0{,}019$ cm; $r_1 = 0{,}139$ Ohm.

Länge des Resonatordrahtes in cm	200	250	275	300	350
Schwingungsdauer des Resonators in 10^{-9} sek.	30,49	36,87	39,75	41,63	45,85
Gesamtdekrement δ	0,0723	0,0961	0,0784	0,0643	0,0398
Joule'sches Dekrement δ_j	0,0126	0,0133	0,0137	0,0140	0,0147
Strahlungsdekrement δ_s	0,060	0,083	0,065	0,050	0,025

Tabelle XII.

Kreisförmiger Resonator.

$C = 8{,}1$; $\varrho = 0{,}043$ cm; $r_1 = 0{,}0275$ Ohm.

Länge des Resonatordrahtes in cm	200	250	275	300	350
Schwingungsdauer des Resonators in 10^{-9} sek.	29,89	35,26	37,68	39,98	44,71
Gesamtdekrement δ	0,0503	0,0653	0,0775	0,0619	0,0430
Joule'sches Dekrement δ_j	0,0060	0,0064	0,0066	0,0068	0,0071
Strahlungsdekrement δ_s	0,044	0,059	0,071	0,055	0,036

Tabelle XIII.

Kreisförmiger Resonator.

$C = 16{,}0$; $\varrho = 0{,}043$ cm; $r_1 = 0{,}0275$ Ohm.

Länge des Resonatordrahtes in cm	200	250	300
Schwingungsdauer des Resonators in 10^{-9} sek.	43,32	48,92	54,20
Gesamtdekrement δ	0,0297	0,0465	0,0421
Joule'sches Dekrement δ_j	0,0073	0,0078	0,0082
Strahlungsdekrement δ_s	0,022	0,039	0,034

Tabelle XIV.

Quadratischer Resonator.

$C = 16{,}0$; $\varrho = 0{,}043$ cm; $r_1 = 0{,}0275$ Ohm.

Länge des Resonatordrahtes in cm	200	250	300
Schwingungsdauer des Resonators in 10^{-9} sek	41,69	47,63	53,05
Gesamtdekrement δ	0,0270	0,0369	0,0237
Joule'sches Dekrement δ_j	0,0076	0,0081	0,0085
Strahlungsdekrement δ_s	0,019	0,029	0,015

Tabelle XV.

Kreisförmiger Resonator.

$C = 16{,}0$; $\varrho = 0{,}102$ cm; $r_1 = 0{,}0049$ Ohm.

Länge des Resonatordrahtes in cm	200	250	300
Schwingungsdauer des Resonators in 10^{-9} sek	40,49	46,07	52,00
Gesamtdekrement δ	0,0314	0,0237	0,0346
Joule'sches Dekrement δ_j	0,0034	0,0035	0,0036
Strahlungsdekrement δ_s	0,028	0,020	0,031

Tabelle XVI.

Quadratischer Resonator.

$C = 16{,}0$; $\varrho = 0{,}102$ cm; $r_1 = 0{,}0049$ Ohm.

Länge des Resonatordrahtes in cm	200	250	300
Schwingungsdauer des Resonators in 10^{-9} sek	39,17	44,97	40,88
Gesamtdekrement δ	0,0232	0,0213	0,0378
Joule'sches Dekrement δ_j	0,0036	0,0037	0,0038
Strahlungsdekrement δ_s	0,020	0,018	0,034

Der Anschaulichkeit wegen sind die Resultate in Fig. 16 graphisch zusammengestellt.

Die Dämpfung ist also innerhalb der untersuchten Grenzen beachtenswerten Veränderungen unterworfen. Besonders auffällig ist es, dass keine Versuchsreihe eine beständige Zu-oder Abnahme von δ_s mit wachsender Drahtlänge zeigt, sondern *jede Reihe enthält ein Maximum oder Minimum von Strahlung in der Nähe von* $l = 250$ *cm.*

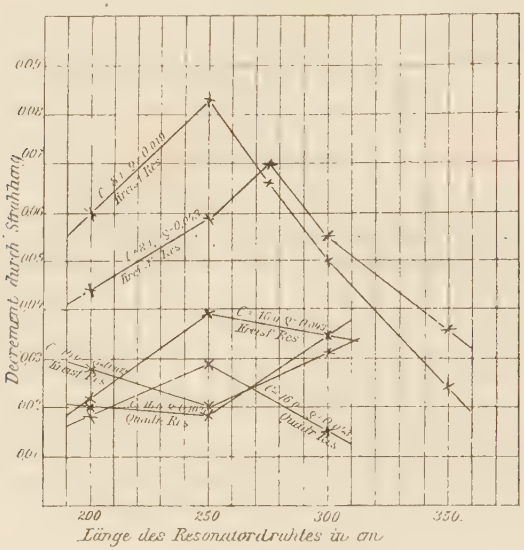


Fig. 16.

Die Thatsache, dass es nicht nur eine *maximale,* sondern auch, bei dickeren Drähten, eine *minimale* Dämpfung giebt, ist vielleicht am meisten bemerkenswert, und man fragt sich unwillkürlich, ob nicht die Existenz entweder des Maximums oder des Minimums sich aus der Anwesenheit systematischer Versuchsfehler oder aus örtlichen Verhältnissen erklären lässt. Der einzige systematische Fehler, der möglicherweise zu einer solchen Deutung Anlass geben könnte, wäre ein Fehler in derjenigen Kurve, welche den Zusam-

menhang zwischen Schwingungsdauer und Abstand der Oscillatorplatten angiebt. Nun liegt aber eine Abweichung, wie die hier erforderliche, weit ausser dem Bereich der Versuchsfehler in der Bestimmung der Wellenlängen, und ausserdem liegen ja z. B. die Schwingungsdauern der Resonatoren in den Tabellen XIII—XVI einander so nahe, dass zum grössten Teil dieselben Werte der Schwingungsdauer bei der Konstruktion der Resonanzkurven verwendet wurden, und doch besitzen die zwei ersten Reihen ein Maximum, die anderen ein Minimum von Dämpfung. Ebensowenig lassen sich die beobachteten Thatsachen aus der Anwesenheit von Metallmassen oder Drahtleitungen erklären, denn diese wurden alle vor den Resonanzversuchen aus dem Laboratorium entfernt.

Es steht also fest, dass sämtliche untersuchte Resonatoren ein Maximum oder Minimum in der Nähe von $l = 250$ cm haben. Es erhellt ferner, dass die Amplitude des Maximums mit wachsender Drahtdicke abnimmt, bis sie bei einem Durchmesser von etwa 0,13 cm Null und bei noch dickeren Drähten negativ wird; d. h. bei einer gewissen Drahtdicke, etwa 0,13 cm, und darüber wird das Maximum durch ein Minimum ersetzt.

Die Tabellen XII und XIII zeigen, dass für $C = 16{,}0$ und $C = 8{,}1$ das Maximum bei etwa derselben Drahtlänge, etwa $l = 270$ cm, fällt. Man darf aus diesem Umstand den Schluss ziehen, dass *die Lage des Maximums von der Kapazität und somit von der Schwingungsdauer beinahe unabhängig ist.*

C. Abhängigkeit der Strahlung von der Konfiguration des Resonatordrahtes.

In den soeben mitgeteilten Versuchen bildete der Resonatordraht entweder einen Kreis oder ein Quadrat. Es wurden beide Formen untersucht, um eine Vergleichung

zwischen Resonatoren mit verschieden geformten Drähten möglich zu machen. Man kann sich nämlich die Frage stellen, ob nicht die eine oder andere geometrische Form für die Strahlung besonders günstig sei, so dass der Übergang aus einer Form in eine andere eine vermehrte oder verminderte Energieausstrahlung veranlassen könnte.

An diesen Versuchen habe ich einige theoretische Betrachtungen geknüpft, die es vielleicht verdienen, erwähnt zu werden.

Machen wir uns nämlich die gewöhnliche von Faraday stammende Vorstellung des elektrischen Feldes, so lässt sich der Verlauf einer Entladung folgendermassen denken.

Den Draht $C A B B_1 A_1 C_1$ (fig. 17)) denken wir uns zunächst entfernt. In einem gewissen Augenblicke sind die beiden Platten C, C_1 auf ihr maximales Potential — sagen wir C positiv, C_1 negativ — geladen. Auf der Scheibe

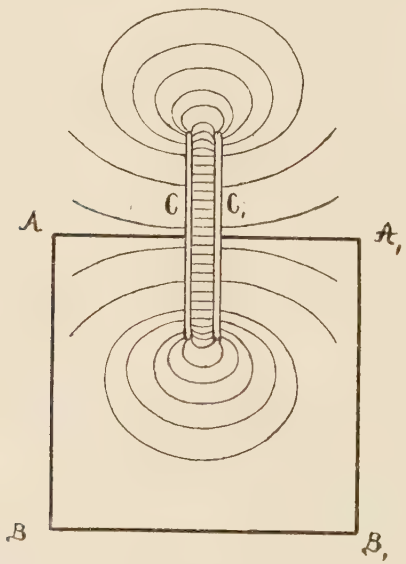


Fig. 17.

C fängt nun eine Reihe Faraday'scher Röhren an, die auf C_1 enden. Fig. 17 stellt die Verteilung derselben dar.

Wird nun durch den Draht eine leitende Verbindung hergestellt, so wird das Potential von C abnehmen, dasjenige von C_1 aber wachsen. Die Kraftröhren werden hierbei vom Drahte angezogen, gleiten mit ihren Enden die Leitung entlang und schrumpfen allmählich zusammen. Der Prozess hört auf, und das Gleichgewicht wird hergestellt, wenn alle Röhren in dieser Weise vernichtet sind. Ist $A\,B\,B_1\,A_1$ eine Leitung mit Selbstinduktion und nicht zu grossem Widerstand, so ist das Gleichgewicht zwar nur momentan, denn die Entladung wird dann oscillatorisch. Der Vernichtungsprozess der Kraftröhren wird indessen in beiden Fällen hauptsächlich derselbe sein. Bei den oscillatorischen Entladungen ist das Bild des Feldes nach dem Verlaufe einer halben Schwingung gerade das umgekehrte; doch sieht man eine geringere Anzahl Faraday'scher Röhren. Die Energie des Feldes ist vermindert. Ein Teil derselben ist vom Drahte absorbiert und in Wärme verwandelt, ein anderer Teil hat sich in der Form von Wellen in dem umgebenden Dielektricum ausgebreitet.

Bei langsamen Entladungen und konstanten Strömen kommt nur die Vernichtung der Energie durch Joule'sche Wärme in Betracht. Dieselbe kann selbstverständlich nur von den Dimensionen und dem spezifischen Leitungsvermögen, nicht aber von der Konfiguration des Drahtes abhängen. Wie verhält sich aber die Energieabgabe durch Strahlung bei Entladungen, die zehn bis hundert Millionen Male in der Sekunde ihre Richtung wechseln? Wenn nun die Faraday'schen Röhren so schnellen Veränderungen unterworfen sind, wäre es dann nicht denkbar, dass die Einführung von scharfen Umbiegungen oder Windungen in der Leitung einen vermehrten Energieverlust erzeugten, in der Weise nämlich, dass an den Ecken A, B,

B_1, A_1 die Kraftröhren leichter vom Drahte abgeschnürt würden?

Die Vergleichung der kreisförmigen mit den quadratischen Leitern lässt keine solche Wirkung spüren. Im Gegenteil sind die beobachteten Dekremente alle von derselben Grössenordnung, und wäre aus den Versuchen ein Schluss über die relative Dämpfung der beiden Leiter zu ziehen, so dürfte es wohl der sein, dass die quadratischen Resonatoren ein wenig schwächer gedämpft sind als die kreisförmigen.

Einige weitere Versuche wurden mit Resonatoren gemacht, deren Draht quadratförmig gebogen war, aber wo die untere horizontale Seite des Quadrates durch eine Schraubenlinie ersetzt war. Die Seitenlänge betrug immer 50 cm, der Durchmesser des Drahtes 0,043 cm und der Widerstand gegen konstanten Strom pro 1 m des Drahtes 0,0275 Ohm. Die Kapazität des Kondensators war 8,1 elektrostatische Einheiten. Der untersuchten Schraubenlinien waren drei mit einem Durchmesser der Schraube von 1,1 cm und 25, bezw. 50 und 75 Windungen pro 50 cm. Die Drahtlängen waren 266, 359 und 450 cm. Für die Berechnung der Selbstinduktionskoeffizienten habe ich mich der Thomson'schen Formel für die Periode elektrischer Schwingungen bedient. Die Resultate sind unten mitgeteilt.

Tabelle XVII.

Anzahl Windungen	25	50	75
Länge des Resonatordrathes in cm	266	359	450
Schwingungsdauer des Resonators in 10^{-9} sek	30,41	36,00	40,97
Gesamtdekrement δ	0,0774	0,0708	0,0577
Joule'sches Dekrement δ_j	0,0084	0,0087	0,0090
Strahlungsdekrement δ_s	0,069	0,062	0,049

Es zeigt sich also, dass diese Dekremente von derselben Grössenordnung wie die obigen, die für geschlossene Resonatoren gefundenen, sind, und ferner, dass die Strahlung wahrschenlich bei etwa 30 Windungen das Maximum erreicht. Es lässt sich also der Schluss ziehen, dass für geschlossene Resonatoren die Dämpfung durch Strahlung immer von derselben Grössenordnung ist, und *dass das Vorhandensein von Spitzen oder Windungen in der Leitung keine andere Veränderung in der Dämpfung hervorruft, als diejenige, welche durch die Änderung der Länge der Schwingungen, des Selbstinductionscoeffizienten und der Schwingungsdauer bedingt wird.*

Somit hat sich meine Vermutung von einer etwaigen Abschnürung der Faraday'schen Röhren an den Ecken eines elektrischen Resonators nicht bestätigt. Aber auch dieses negative Resultat kann eine interessante Erklärung beanspruchen. Eine Zunahme der Dämpfung durch eine derartige Abschnürung von Kraftlinien wäre offenbar als eine Trägheitserscheinung anzusehen. Sie muss also voraussetzen, dass die Elektrizität wirklich »Trägheit» in diesem Sinne besitze, und der Nachweis einer vermehrten Strahlung wäre somit ein Beweis für die Existenz derselben. Umgekehrt giebt die gewonnene Erfahrung an die Hand, dass diese Trägheit der Elektrizität, wenn sie überhaupt existiert, allerdings so gering sein muss, dass sie nicht einmal bei den Hertz'schen Schwingungen nachweisbar ist.

V. Über die Energieausstrahlung geradliniger Resonatoren, die aus zwei durch einen Draht verbundenen Kapazitäten bestehen.

Besonderes Interesse bietet die Untersuchung der Strahlung geradliniger Resonatoren dar, weil sich dieselbe aus den Maxwell'schen Gleichungen berechnen lässt und somit eine quantitative Vergleichung der Theorie mit der Erfahrung gestattet.

Die erste Berechnung der Energiemenge, die ein geradliniger Leiter durch Aussenden von Wellen abgiebt, verdanken wir H Hertz, der im Jahre 1889 in seiner Abhandlung »Die Kräfte elektrischer Schwingungen«[1]) diesen Gegenstand behandelte. Voraussetzung bei dieser Berechnung ist, dass der Leiter als ein elektrischer Dipol angesehen werden kann, der aus zwei durch einen Leitungsdraht verbundenen Kapazitäten besteht und dessen Lineardimensionen im Vergleich zur Wellenlänge klein sind. Unter denselben Bedingungen ist die Untersuchung später von Herrn M. Planck[2]) aufgenommen worden.

Für einen solchen Dipol ist nun die Energiemenge, welche in der Zeit einer halben Schwingung durch eine um das Schwingungscentrum gelegte Fläche strömt

$$E = \frac{8\,\pi^4\,\varepsilon^2\,l^2}{3\,\lambda^3},$$

[1]) H. Hertz, loc. cit. pag. 160.

[2]) M. Planck, Wied. Ann. 57, pag. 1, 1896.

wo ε die augenblickliche Ladung der Endkapazitäten, l die Länge der Schwingung und λ die Wellenlänge bedeuten. Es sei ferner E_0 die Energie des elektrischen Feldes am Anfang einer halben Schwingung, dann kann E_0 gleich der Summe der von beiden Kapazitäten (C) einzeln herrührenden Energien gesetzt werden.

Es wird also

$$E_0 = 2 \cdot \tfrac{1}{2} \frac{\varepsilon^2}{C}.$$

Für das logarithmische Dekrement δ_s der Schwingungen hat man

$$\delta_s = \text{log. nat. } \frac{E_0}{E_0 - E}$$

oder

$$\delta_s = - \text{log. nat.} \left(1 - \frac{E}{E_0}\right).$$

Wird nun der Logarithmus in eine Reihe nach Potenzen von $\left(\frac{E}{E_0}\right)$ entwickelt, so wird in erster Annäherung

$$\delta_s = \frac{E}{E_0},$$

oder nach Einsetzung der obigen Werte für E und E_0

$$\delta_s = \frac{8 \pi^4 l^2 C}{3 \lambda^3}$$ [1])

Für die Wellenlänge giebt Planck[1]) unter denselben Voraussetzungen einen Ausdruck, der sich durch eine einfache Transformation auf die Thomson'sche Formel

$$\lambda = \pi \sqrt{2 L C}$$

[1]) M. Planck, Wied. Ann. 60, pag. 593, 1897.

zurückführen lässt, wo L der Selbstinduktionskoeffizient des Drahtes und C der Wert jeder Endkapazität ist. Die Schwingungsdauer τ wird also

$$\tau = \frac{\pi}{c} \sqrt{2 L C},$$

wo c die Lichtgeschwindigkeit $= 3 \times 10^{10}$ cm ist.

A. Instrumente und Vorversuche.

Sämtliche in diesem Abschnitt zu untersuchende Resonatoren bestanden aus zwei kreisförmigen Messingscheiben, deren Mittelpunkte durch einen Kupferdraht verbunden waren. Der Draht war in der Mitte umgebogen, um nach der oben skizzierten Methode[1]) die Schätzung des magnetischen Integraleffekts der Schwingungen zu gestatten. Die Dimensionen des so gebildeten kleinen Rechtecks waren $5 \times 1{,}5$ cm.

Aus der Bedingung, dass die Lineardimensionen des Resonators neben der Wellenlänge klein sein müssen, folgt, dass die Endkapazitäten gross zu nehmen sind. Als Kapazitäten wurden nun zunächst zwei kreisförmige Messingplatten von 40 cm Durchmesser und 4 mm Dicke gewählt. Aus der Mitte jeder Platte und koncentrisch mit derselben war ein kleines, mit einem Falz versehenes Loch von 2 cm Durchmesser herausgeschnitten, in welches eine kleine Scheibe genau eingepasst werden konnte, sodass das Ganze eine ebene, ununterbrochene Kreisfläche bildete. An der Mitte der kleinen Scheiben waren die Enden des Leitungsdrahtes angelötet. Die Platten waren einander parallel aufgestellt. Der so gebaute Resonator ist in Fig. 18 abgebildet. Die grossen Scheiben ruhten in den mit einer Riefe versehenen

[1]) Siehe pag. 39.

Armen zweier V-förmiger Holzgestelle, wo sie einfach durch ihr Gewicht festgehalten wurden.

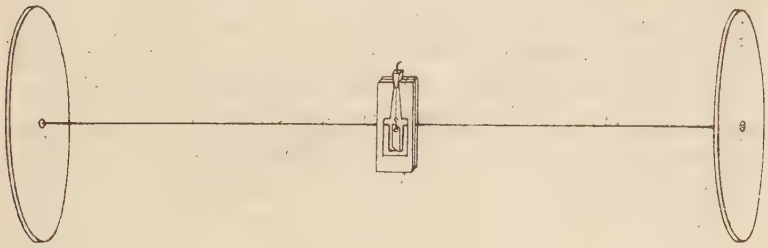


Fig. 18.

Die Theorie setzt voraus, dass der Leiter als ein elektrischer Dipol angesehen werden darf. Die beiden Endkapazitäten müssen also so weit von einander entfernt sein, dass ihre Ladungen keinen merkbaren Einfluss auf einander ausüben können. Frühere Bestimmungen der Wellenlängen von geschlossenen Leitern liessen vermuten, dass diese Bedingung bei einer Resonatorlänge von etwa 110 cm (wenn der Durchmesser der Platten 40 cm war) erfüllt werden sollte. Um eine weitere Bestätigung der Richtigkeit dieser Annahme zu erhalten, wurden indessen Resonanzversuche bei verschiedenen Längen angestellt und aus denselben die Schwingungsdauer der bezüglichen Resonatoren bestimmt.

Die Resultate sollen hier mitgeteilt werden. l bedeutet den Abstand der Resonatorscheiben in cm, L den Selbstinduktionskoeffizienten in elektromagnetischen Einheiten und τ die Schwingungsdauer des Resonators. Der Selbstinduktionskoeffizient ist unter der Annahme berechnet, dass der Draht geradlinig sei. Für einen geraden Draht ist nun

$$L = 2\,l \text{ log. nat. } \frac{2\,l}{e\,\varrho};$$

wo ϱ der Radius des Querschnittes ist. Der Wert von

ϱ betrug hier 0,0515 cm. In der That war der Draht aber nicht geradlinig, sondern er war in der Nähe der Mitte ein wenig deformiert. Der Einfluss dieser Deformation auf die Schwingungsdauer lässt sich auf experimentellem Wege untersuchen, wie später gezeigt werden soll [1]). Hier soll nur bemerkt werden, dass die genannte Deformation den Wert von $10^9 \cdot \tau$ um etwa 0,31 vermehrt, sodass man diese Zahl zu dem durch die Rechnung gefundenen Wert zu addieren hat.

Für

$$l = 59\,,\ L = 798$$

ergaben sich nun

$$\tau_{\text{ber.}} = 15{,}24 \times 10^{-9} \text{ sek.}$$
$$\tau_{\text{beob.}} = 17{,}09 \times 10^{-9} \text{ sek.}$$

Für

$$l = 80\,;\ L = 1130$$

wird

$$\tau_{\text{ber.}} = 18{,}07 \times 10^{-9} \text{ sek.}$$

während vier Versuche für $10^9\ \tau_{\text{beob.}}$ zu den Werten

$$18{,}97 \quad 18{,}95 \quad 19{,}03 \quad 19{,}07$$

oder im Mittel

$$\tau_{\text{beob.}} = 19{,}00\ 10^{-9} \text{ sek.}$$

führten.

Endlich fand ich

$$l = 99{,}5\,;\ L = 14{,}50$$
$$\tau_{\text{ber.}} = 20{,}43 \times 10^{-9} \text{ sek.}$$
$$\tau_{\text{beob.}} = 20{,}65 \times 10^{-9} \text{ sek.}$$

Die Abweichungen zwischen den berechneten und beobachteten Werthen werden also mit zunehmender Länge immer kleiner. Durch Extrapolation lässt sich voraussehen, dass die Übereinstimmung schon bei $l = 110$ cm hergestellt sein wird.

[1]) Siehe pag. 71.

B. Hauptversuch.

Als Hauptversuch bezeichne ich eine Reihe von Beobachtungen, die teils für die folgenden Untersuchungen von grundlegender Bedeutung sind und teils verdienen, besonders hervorgehoben zu werden, weil sie am besten geeignet sind, eine Vergleichung der Theorie mit der Erfahrung zu gestatten. Bei denselben waren nämlich besser als bei anderen Versuchen die oben genannten Voraussetzungen der theoretischen Berechnung erfüllt.

Der Durchmesser der Endkapazitäten war 40 cm, der Abstand derselben 118,5 cm. Die Drahtdicke betrug 1 mm.

Die Abmessung der Resonatorschwingungen wurde nach der im dritten Abschnitt angegebenen Methode ausgeführt. Somit konnte aber zunächst nur die mittlere Dämpfung der beiden Leiter bestimmt werden. Zur Trennung der Dekremente war es noch erforderlich, die Dämpfung des einen Leiters zu verändern, ohne dass seine Form oder Dimensionen dadurch beeinflusst wurden. Bei der Untersuchung der geschlossenen Resonatoren wurde diese Veränderung leicht in der Weise erreicht, dass der ursprüngliche Resonatordraht, der gewöhnlich aus Kupfer bestand, gegen einen Eisendraht von denselben Dimensionen, aber grösserem Widerstand ausgetauscht wurde. Die Vermehrung des Widerstandes ohne Konfigurationsveränderung ist auch ohne Zweifel die von theoretischem Gesichtspunkte einfachste und sicherste Methode, die Dämpfung zu variieren. Wie sollte sie aber bei den geradlinigen Resonatoren durchgeführt werden? Von einem Austausch von Drähten konnte hier nicht die Rede sein, da es zu grosse Schwierigkeiten hätte bieten müssen, den neuen Draht so einzupassen, dass er im Messinstrument genau dieselbe Lage wie der

andere einnähme. Wäre aber die gegenseitige Lage der Nadel und des Resonatordrahtes nicht in beiden Fällen dieselbe, so wären ja auch die beiden Grössen Y und Y_1 in dem Ausdruck für das Dekrement δ nicht mit einander vergleichbar. Es musste also ein anderer Weg betreten werden. Der folgende hat zum Ziele geführt.

Aus dünnem Flanell wurden kreisförmige Stücke von kaum 2 cm Radius ausgeschnitten. Dieselben wurden mit einer Lösung von Chlorcalcium getränkt und dann in der Luft getrocknet, bis die Konzentration der Lösung bei unverändertem Feuchtigkeitsgehalt der Luft konstant blieb. Die so präparierten Zeugstücke wurden an die Falze der in den grossen Platten befindlichen Löcher gelegt und zwischen ihnen und den kleinen am Leitungsdraht angelöteten Scheiben festgeklemmt, so dass der Strom durch das getränkte Zeug passieren musste. In dieser Weise war es nach einiger Übung möglich, den Widerstand so zu regulieren, dass eine passende Vermehrung der Dämpfung erreicht wurde.

Hiermit waren jedoch alle Schwierigkeiten noch nicht überwunden. Und Schwierigkeiten gab es viele. In der That ist es immer schwer, quantitative elektrische Resonanzversuche mit wünschenswerter Genauigkeit anzustellen, denn es tritt hier immer so vieles zum Vorschein, was dem Beobachter rätselhaft oder launisch erscheint und auf die Versuche störend einwirkt.

Den grössten Kummer verursachten die primären Funken. Für eine genaue Messung ist es nämlich notwendig, dass das Spiel der erregenden Funken vollkommen regelmässig ist, so dass die primären Schwingungen durch die ganze Versuchsreihe hindurch dieselbe Intensität besitzen. Es müssen sich also nach ein paar Stunden bis auf 1—2 % dieselben Ablenkungen wiederholen, die am Anfang des Versuches beobachtet wurden. Diese Forderung, die ich bei diesen Untersuchungen als unerlässlich betrachtet habe,

ist indessen trotz aller Sorgfalt sehr schwer zu erfüllen, und so kam es, dass ich unterdessen Tage, ja Wochen warten musste, ehe der Versuch gelang.

Störungen wurden auch dadurch hervorgerufen, dass die Zuleitungsdrähte der Funkenstrecke elektrostatische Wirkungen ausübten, die nicht selten so stark waren, dass die Skala, auf der die Ablenkungen des Messinstruments abgelesen wurden, ganz aus dem Gesichtsfelde verschwand. Durch Abpassung der relativen Längen der Zuleitungsdrähte und durch Verkürzung der Funkenstrecke konnten diese Störungen indessen eliminiert werden [1]).

Nach diesen Bemerkungen gehe ich zur Wiedergabe der Versuchsresultate über. Dieselben werden in Tab. XVIII gefunden. Die Tabelle enthält vier Versuchsreihen (I—IV). Durch d bezeichne ich den Abstand der Oscillatorplatten in mm., durch x die Schwingungsdauer der primären Wellen in 10^{-9} sek. y, y_1 sind die Nadelablenkungen bez. ohne Widerstand und mit Widerstand (Chlorcaliumlösung) im Resonator. Die Grössen τ, ω, J sind aus den Resonanzkurven graphisch bestimmt, und bedeuten wie gewöhnlich τ die Schwingungsdauer des Resonators in 10^{-9} sek., ω das mittlere Decrement und J die Ordinate bei Isochronismus. In Fig. 19 ist die Versuchsreihe (I) graphisch dargestellt um von der Regelmässigkeit und Schönheit der Resonanzkurven eine Vorstellung zu geben.

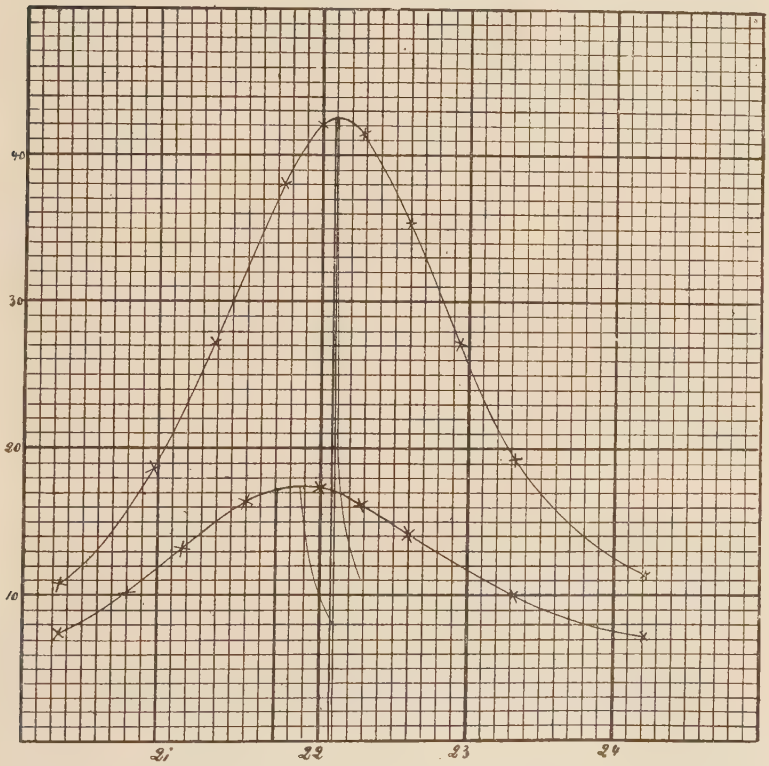
[1]) Bemerkung. Durch die Verkürzung der Funkenstrecke wird die Intensität der Schwingungen geschwächt. Dieser Umstand ist schon von anderen Forschern beobachtet worden. Bemerkenswerter scheint mir die Beobachtung zu sein, dass gleichzeitig die Dämpfung vergrössert wird; d. h. *kürzeren Funken entspricht eine grössere Dämpfung.* So fand ich für eine Funkenlänge von 0,17 mm ein mittleres Dekrement $\omega = 0{,}141$, während eine Funkenlänge von 0,09 mm zu dem Wert $\omega = 0{,}150$ führte. Bei grösseren Veränderungen der Funkenstrecke war der Unterschied noch beträchtlicher, wie aus der Tabelle XVIII (pag. 68) hervorgeht.

Tabelle XVIII.

																	τ	ω	Y
	d	36,1	31,1	28,1	27,1	26,1	25,1	24,1	23,1	22.1	21,1	20,1	19,1	18,1	16,1	11,1			
	x	19,61	20,24	20,70	20,88	21,07	21,28	21,50	21,74	22,00	22,28	22,60	22,94	23,32	24,21	27,84			
I	y	—	10,8	—	18,7	—	27,2	—	38,0	42,1	41,5	35,5	27,2	19,3	11,4	—	22,08	0,157	42,5
	y_1	—	7,5	10,2	—	13,2	—	16,5	—	17,4	16,2	14,3	—	10,0	7,2	—	21,71	0,214	17,3
II	y	—	6,6	—	11,7	—	18,9	—	30,6	35,0	36,2	30,5	23,0	15,7	9,0	—	22,07	0,142	35,7
	y_1	—	4,2	5,3	—	7,0	—	8,2	—	8,5	—	7,3	—	5,4	4,1	—	21,50	0,247	8,2
III	y	—	4,5	—	7,4	—	11,5	—	16,2	18,1	18,0	16,9	—	10,1	5,9	—	22,16	0,176	18,4
	y_1	—	5,6	8,8	—	11,0	—	16,0	—	17,0	—	16,2	—	9,8	7,0	—	22,00	0,226	8,5
IV	y	8,7	13,9	—	—	28,1	—	37,6	—	46,0	45,1	—	33,9	—	17,5	10,2	22,04	0,191	46,3
	y_1	6,7	10,3	—	—	17,6	—	20,5	—	—	20,0	—	15,4	—	9,0	5,8	21,64	0,243	21,1

Das Gesamtdekrement δ des Resonators wird nun nach der gewöhnlichen Formel berechnet. Zuerst muss man indessen die »Ordinaten bei Isochronismus» so korrigieren, dass sie paarweise derselben Schwingungsdauer — hier der grösseren — entsprechen. Die Rechnung giebt

	I	II	III	IV
$V.$ =	18,1	8,9	8,7	21,5
δ =	0,158	0,161	0,155	0,150



Dynamometerausschlag in mm.

Schwingungsdauer des Oscillators in 10^{-9} sek.

Fig. 19.

Als Resultat der vier Versuchsreihen ergeben sich also folgende Werte:

$$\tau = 22{,}09 \times 10^{-9} \text{ sek.}$$
$$\delta = 0{,}156.$$

Die hier gefundenen Grössen lassen sich indessen nicht unmittelbar mit der Theorie vergleichen, denn diese setzt voraus, dass der Resonatordraht zwischen den Endkapazitäten geradlinig gespannt ist. Dies ist indessen bei meinen Versuchen nicht absolut der Fall gewesen, da der Draht, um die Messung möglich zu machen, an der Mitte ein wenig deformiert war. Schon ehe ich zu den definitiven Versuchen überging, hatte ich mich aber überzeugt, dass eine ähnliche Deformation von geringer Bedeutung sei. Es wurden nämlich die Schwingungsdauer τ und Dämpfung (durch das mittlere Dekrement ω gemessen) elektrometrisch bestimmt, einmal wenn der Draht völlig kreisförmig gebogen war, ein anderes Mal, wenn er an der Mitte die gewöhnliche Ausbiegung trug. Die Gesamtlänge des Drahtes war in beiden Fällen dieselbe. Es wurden folgende Werte beobachtet:
mit gleichförmig gebogenem Draht

$$\tau = 28{,}00 \times 10^{-9} \text{ sek.}; \quad \omega = 0{,}277$$

mit deformiertem Draht

$$\tau = 27{,}67 \times 10^{-9} \text{ sek.}; \quad \omega = 0{,}271.$$

Gross kann die Korrektion also nicht sein, die man wegen der Deformation des Drahtes anzubringen hat. Um einen hinreichend genauen Wert für dieselbe zu erhalten, wurde ein Versuch folgendermassen angeordnet. Der Resonatordraht wurde beiderseits des Messinstruments in dessen unmittelbarer Nähe rechteckig ausgebogen, so dass die so gebildeten Deformationen derjenigen im Messapparate möglichst gleich waren. Um etwaigen Störungen durch

die Induktion der kleinen Rechtecke aufeinander zu entgehen, wurden dieselben in der Horisontalebene nach verschiedenen Seiten angebracht. Der Abstand der Endkapazitäten betrug wie gewöhnlich 118,5 cm.

Die Schwingungsdauer und Dämpfung (Mitteldekrement ω) des in dieser Weise deformierten Resonators wurde zunächst bestimmt. Dann wurde der Draht wieder wie gewöhnlich gestreckt und ein wenig abgekürzt, sodass die Scheiben immer in 118,5 cm Entfernung von einander blieben. Schwingungsdauer und Dämpfung wurden von neuem gemessen. Ich gebe unten die gewonnenen Resultate wieder. Die Bezeichnungen sind die gewöhnlichen. y bedeutet die Ablenkung im ordinären, y_1 im deformierten Resonator.

Tabelle XIX.

d	28,1	26,1	24,1	23,1	22,1	21,1	20,1	19,1	18,1	17,1	16,1	τ	ω
x	20,70	21,07	21,50	21,74	22,00	22,28	22,60	22,94	23,32	23,74	24,21		
y	6,6	11,0	18,9	23,5	27,1	26,5	20,8	14,1	9,3	6,4	—	22,07	0,125
y_1	—	—	8,4	10,6	14,6	19,9	24,0	22,9	17,1	10,7	7,1	22,69	0,129

Der deformierte Resonator hat also eine grössere Schwingungsdauer und ist ebenfalls etwas stärker gedämpft. Die Korrektion, welche man an der oben gefundenen Schwingungsdauer zu machen hat, berechnet sich hiernach zu

$$\frac{1}{2}\left(22{,}07 - 22{,}69\right) \times 10^{-9} = -0{,}31 \times 10^{-9} \text{ sek.}$$

Das beobachtete logarithmische Dekrement korrigiert man einfach durch Hinzufügung der Grösse

$$0{,}125 - 0{,}129 = -0{,}004.$$

Diese Korrektion ist nicht die einzige. Das Dämpfungsdekrement muss noch um den Betrag vermindert werden, welcher von der Entwickelung Joule'scher Wärme herrührt. Wird derselbe wie früher durch δ_j bezeichnet, so ist

$$\delta_j = \frac{R\,\tau}{2\,L}$$

Der Leitungswiderstand gegen konstanten Strom pro 1 m des Drahtes war 0,022 Ohm, also

$$R = 0{,}72 \text{ Ohm.}$$

L kann mit genügender Annäherung gleich dem Selbstinduktionskoeffizienten eines geraden Drahtes von der Länge $l = 118{,}5$ cm gesetzt werden. Es wird also

$$L = 2\,l.\,\log.\ \text{nat.}\ \frac{2\,l}{e\,\varrho}$$

oder

$$L = 1762 \text{ elektromagnetische Einheiten}$$

und endlich

$$\delta_j = 0{,}004.$$

Werden nun sämtliche Korrektionen angebracht, so ergeben sich für den hier untersuchten Resonator

$$\tau_{\text{beob.}} = 21{,}78 \times 10^{-9} \text{ sek.}$$
$$\delta_{\text{beob.}} = 0{,}148,$$

während die Theorie, unter der Annahme, dass die Kapazität C einer kreisförmigen Scheibe vom Durchmesser D

$$C = \frac{D}{\pi} \text{ (elektrostatische Einheiten)}$$

ist, zu den Werten

$$\tau_{\text{ber.}} = 22{,}18 \times 10^{-9} \text{ sek.}$$
$$\delta_{\text{ber.}} = 0{,}158$$

führt.

An die theoretische Berechnung der Schwingungsdauer und des logarithmischen Dekrements knüpfen sich zunächst ein paar Fragen, die zunächst erörtert werden sollen.

Die Behandlung der Energieausstrahlung eines elektrischen Dipols auf Grund der Maxwell'schen Gleichungen, lässt sich bisher, wie schon bemerkt, nur mit der Beschränkung durchführen, dass die Wellenlänge der Schwingungen in Bezug auf die Länge des Dipols eine grosse Zahl ist. Wie war nun bei dem hier untersuchten Resonator diese Voraussetzung erfüllt? Die Wellenlänge berechnet sich zu $\lambda = 665{,}5$ cm, und die Länge l des Resonators betrug 118,5 cm. Es wird also

$$\frac{\lambda}{l} = 5{,}6,$$

eine Zahl, die zwar angenähert, aber vielleicht doch nicht mit aller wünschenswerter Strenge die Forderungen der Theorie erfüllt. Indessen wird es nicht leicht sein, in dieser Richtung weiter zu kommen. Überdies sind die Versuche immerhin so unsicher, dass ich glaube, die erreichte Grösse kann für eine Vergleichung als befriedigend angesehen werden.

Noch eine Bemerkung möchte ich den obigen Rechnungen beifügen. Der benutzte Wert für die Kapazität einer kreisförmigen Scheibe ist die elektrostatisch gemessene. Nun fragt es sich aber, ob die Kapazität dieselbe bleibt, nicht nur wenn die Elektrizität in Ruhe ist, sondern auch wenn dieselbe sehr schnellen Oscillationen unterworfen ist. Wahrscheinlich wird sie sich verändern, aber die Frage ist schwer genug exakt zu beantworten. Herr Poincaré [1]) hat indessen für den Luftkondensator den analogen Fall untersucht und ist dabei zu dem Resultate gekommen, dass die Variation klein

[1]) H. Poincaré, Les oscillations électriques, pag. 53.

sein muss, wenn die Wellenlänge im Verhältnis zum Durchmesser der Scheiben gross ist.

Bei meinem Resonator war das Verhältnis zwischen Wellenlänge und Durchmesser allerdings kleiner als bei dem Blondlot'schen, der von Poincaré untersucht wurde. Lässt sich darum das Resultat von Poincaré überhaupt auf meinen Resonator überführen, so muss wohl gleichzeitig zugegeben werden, dass die Veränderung der Kapazität, wenn auch unbedeutend, hier doch wahrscheinlich ein wenig grösser sein muss.

Vielleicht würde diese Variation ausreichen, um die Abweichung der experimentell gefundenen Schwingungsdauer von der theoretischen zu erklären. Gross ist die Differenz zwar nicht — sie beträgt kaum 2 % — aber doch zu gross, scheint es mir, um zufälligen Versuchsfehlern zugeschrieben werden zu können. Es liegt daher nahe, auf die oben angegebenen Unsicherheiten der theoretischen Berechnung aufmerksam zu machen, um nicht gezwungen zu werden, eine definitive Abweichung zwischen Theorie und Erfahrung zu konstatieren.

Das beobachtete logarithmische Dekrement weicht etwas stärker von dem theoretischen Wert ab. Die Differenz beträgt hier etwas mehr als 6 %. Möglicherweise ist dieselbe nicht nur auf die Rechnung zufälliger Beobachtungsfehler zu schreiben. Es muss nämlich bei der Messung der Dämpfung ein Umstand in Betracht gezogen werden, der allerdings eine Verminderung der Strahlung zur Folge haben muss. Die Theorie bezieht sich auf einen völlig isolierten, im Vakuum oder im unbegrenzten Luftraume befindlichen Resonator. In der That war aber der untersuchte Leiter in einem geschlossenen Raume aufgestellt, dessen Wände für die Wellen nicht absolut durchlässig sein können. Die an den Wänden stattfindenden Reflektionen müssen nun auf die Strahlung hemmend wirken, und die Abweichung des experimentell gefundenen Dekrements vom theoretischen

muss in der beobachteten Richtung gehen. Wie gross der Einfluss sein soll, den die Wände auf die Strahlung ausüben können, lässt sich nicht genau schätzen. Ausser von dem Leitungsvermögen der Mauern, hängt derselbe wohl auch von der Wellenlänge und den Dimensionen des Resonators ab. Wahrscheinlich kann die Verminderung der Dämpfung nicht einige Prozente übersteigen.

In der That habe ich also Abweichungen zwischen Theorie und Erfahrung konstatieren müssen. Nimmt man aber sowohl die Schwierigkeiten in Betracht, mit denen die experimentelle Bestimmung der Dämpfung verbunden ist, als auch die Unsicherheit, mit der auch die theoretische Berechnung behaftet ist, so zeigen die Resultate allerdings eine Übereinstimmung, die alle berechtigte Ansprüche an Genauigkeit befriedigen dürfte. *Wenn also einerseits das mitgeteilte Beobachtungsmaterial nicht hinreichend ist, um einen definitiven Beweis für die Richtigkeit der citierten Formeln zu liefern, so stehen die Versuche anderseits gar nicht im Widerspruch mit denselben. Vielmehr muss es wohl berechtigt sein, die gewonnenen Resultate als eine quantitative Bestätigung der Maxwell'schen Theorie anzusehen.*

C. Weitere Versuche.

Wie verändert sich nun die Strahlung eines geradlinigen Leiters bei abnehmender Kapazität der Resonatorplatten? Diese Frage wurde alsdann zum Gegenstand einer Untersuchung gemacht.

Schon die ersten Versuche liessen sofort eine Steigerung der Strahlung erkennen. Gleichzeitig wurden aber auch die Schwierigkeiten bei der experimentellen Bestimmung der Dämpfungsdekremente grösser, denn die Unsicherheit der

messenden Resonanzversuche nimmt mit wachsender Dämpfung rasch zu. [1])

Die Aufgabe war also zunächst die, eine Methode zu finden, die besser als die vorige eine genaue Bestimmung der logarithmischen Dekremente auch bei grösserer Dämpfung gestattet. Eine Lösung wurde auch gefunden, die an Genauigkeit nichts übrig zu wünschen lässt, die aber erst nach einer wesentlichen Beschränkung des Umfanges der Versuche durchführbar ist.

Voraussetzung bei dieser Methode ist, dass man zur Verfügung einen Resonator hat, dessen Dämpfung genau bekannt ist. Nennen wir das logarithmische Dekrement desselben δ_1 und das Dekrement des Oscillators bei derselben Schwingungsdauer γ, so lässt sich durch einen gewöhnlichen Resonanzversuch die Grösse

$$\omega_1 = \frac{\delta_1 + \gamma}{2}$$

bestimmen.

Wird nun dieser Resonator gegen einen anderen umgetauscht, der dieselbe Schwingungsdauer, aber ein anderes Dämpfungsdekrement δ besitzt, so giebt eine neue Aufmessung der Resonatorschwingungen

$$\omega = \frac{\delta + \gamma}{2}$$

Da die Wellenlänge der primären Schwingungen in beiden Fällen dieselbe ist, bleibt nämlich γ unverändert.

Wird nun γ aus den Gleichungen eliminiert, so ergiebt sich

$$\delta - \delta_1 = 2\,(\omega - \omega_1)$$

oder

$$\delta = \delta_1 + 2\,(\omega - \omega_1).$$

---

[1]) Vergl. pag. 15. Bei abnehmender Kapazität wird die Schwingungsdauer kleiner und somit auch die Dämpfung des Oscillators vergrössert (siehe pag. 49), was die Messungen noch mehr erschwert.

Nehme ich nun als »Hauptresonator« den in der vorigen Abteilung dieses Abschnitts untersuchten Leiter, so lässt sich hiernach die Dämpfung jedes Resonators bestimmen, der dieselbe Schwingungsdauer wie jener hat. Da das logarithmische Dekrement des »Hauptresonators« nach Anbringung der Korrektion für die Deformation des Drahtes

$$\delta_1 = 0{,}152$$

war, so wird also für jeden anderen Resonator von derselben Periode

$$\delta = 0{,}152 + 2\,(\omega - \omega_1),$$

wo noch eine Korrektion für die Vernichtung der Energie durch Joule'sche Wärme anzubringen ist.

Die Bestimmung der Dämpfung hängt somit nur von der Messung einer Differenz ab. An Genauigkeit dürfte diese Methode also wohl von keiner anderen übertroffen werden. Ein Nachteil bei der Verwendung derselben ist aber der Umstand, dass alle Versuche auf eine bestimmte Schwingungsdauer beschränkt sind. Es können also nicht die verschiedenen Parameter, von denen die Dämpfung abhängig ist, einzeln variiert werden. Von weniger Bedeutung wird doch allerdings eine solche Spezialisierung und systematische Anordnung der Versuche, wenn sich dieselben an theoretische Berechnungen knüpfen. Die Formeln der Theorie geben nämlich dabei in gewissen Grenzen ein Gesamtbild der Erscheinung. Deckt sich nun in einigen Fällen dieses Bild mit dem auf experimentellem Wege gewonnenen Resultate, so wird wohl für die wahre Auffassung einer Erscheinung oft genug der Nachweis einer solchen Übereinstimmung wenigstens ebenso fruchtbar sein, als eine empirische Durchforschung und Spezialisierung desselben Gebietes.

Die erste Aufgabe bei der Ausführung der Versuche war die Bestimmung der einem gewissen Plattendurchmesser entsprechenden Drahtlänge. Es wurde in dieser Absicht zunächst ein etwas zu langer Draht zwischen die Scheiben ausgespannt. Diese wurden dann einander langsam genähert, wobei der Draht allmählich mit einer Zange verkürzt wurde, bis die maximale Resonanz bei einer Schwingungsdauer des Erregers von etwas mehr als 22×10^{-9} sek. eintrat. Die Drahtenden wurden darauf an die Platten angelötet, und die Messung geschah wie gewöhnlich. Tabelle XX giebt die Versuchsresultate wieder. Die Bezeichungen sind die gewöhnlichen.

Tabelle XX.

l	D	d	28,1	27,1	26,1	25,1	24,1	23,1	22,1	21,1	20,1	19,1	18,1	17,1	16,1	r	ω	$\omega - \omega_1$
		x	20,79	20,88	21,07	21,28	21,50	21,74	22,00	22,28	22,60	22,94	23,32	23,74	24,21			
158	30	y	—	8,1	—	12,5	—	19,2	23,0	25,0	24,2	21,3	16,4	11,6	8,0	22,35	0,174	0,027
120	40	y_1	—	8,6	—	13,0	—	21,0	27,2	31,8	31,5	27,1	20,8	14,5	10,3	22,34	0,147	
156,5	30	y	—	8,5	—	12,8	—	21,5	24,7	25,0	22,9	18,0	13,6	9,7	6,8	22,10	0,153	0,020
120	40	y_1	—	9,1	—	13,2	—	21,5	29,1	34,5	34,3	27,8	19,4	12,9	9,0	22,36	0,133	
267	12	y	5,3	—	7,8		11,2	13,1	14,8	15,4	14,5	12,0	8,8	6,3	—	22,22	0,177	0,036
119	40	y_1	9,0	—	14,0	—	24,5	30,3	35,4	36,2	31,1	23,1	15,7	10,7	—	22,14	0,141	
267	12	y	5,7	—	8,5	—	12,1	14,1	15,7	16,4	15,7	13,0	9,8	7,2	—	22,24	0,182	0,040
119	40	y_1	9,6	—	15,5	—	26,5	33,0	38,9	39,3	34,2	26,4	17,7	11,9	—	22,15	0,142	
324	4	y	5,3	—	7,5	—	11,1	13,5	16,0	17,4	17,0	13,7	9,7	6,5	—	22,35	0,156	0,028
119,2	40	y_1	15,6	—	15,6	—	27,7	36,5	45,2	49,1	44,2	32,0	21,7	14,1	—	22,21	0,128	
314	4	y	5,4	—	7,0	—	10,2	11,4	11,9	10,8	8,9	6,8	5,1	—	—	21,92	0,158	0,031
118,5	40	y_1	6,7	—	10,0	—	18,0	23,2	26,6	26,2	20,9	15,2	10,7	7,0	—	22,03	0,127	
217	20	y	3,6	—	5,1	—	7,7	9,3	10,9	12,0	11,3	9,3	6,7	4,9	-	22,28	0,157	—
296	8	y_1	3,5	—	5,0	—	7,0	8,1	9,0	9,2	8,6	7,1	5,5	3,9	—	22,21	0,188	—

Aus der Kolumne für l ergiebt sich, dass die Länge des »Hauptresonators» in den meisten Fällen den normalen Wert $l = 118{,}5$ cm ein wenig übersteigt. Der Einfluss, den dieser Fehler auf die Resultate ausüben kann, lässt sich indessen leicht schätzen, wenn man den Ausdruck für δ in Bezug auf l differenziert, in dem man C und ϱ als konstant betrachtet. Es ist also

$$\delta = \frac{8\,\pi^4\,l^2\,C}{3\,\lambda^3},$$

$$\lambda = \pi\,\sqrt{2\,L\,C} \text{ und } L = 2\,l \text{ log. nat. } \frac{2\,l}{e\,\varrho},$$

woraus nach einer elementaren Rechnung die Gleichung

$$d\,\delta = \frac{8\,\pi^4\,l\,C}{3\,\lambda^5}\left(\frac{\lambda^2}{2} - 6\,\pi^2\,l\,C\right).\,d\,l$$

oder

$$d\,\delta = \delta\left(\frac{1}{2\,l} - \frac{3}{L}\right).\,d\,l$$

abgeleitet wird.

Setzen wir nun in diesen Ausdruck die früher gefundenen Werte ein, nämlich

$$\delta = 0{,}158$$
$$l = 118{,}5,$$
$$L = 1762,$$

so finden wir

$$d\,\delta = 0{,}0004\;d\,l.$$

Eine Variation von l von 1 cm kann also auf die experimentelle Bestimmung des Dämpfungsdekrements gar keinen Einfluss ausüben [1]).

[1]) Der Ausdruck für $d\,\delta$ zeigt, dass $d\,\delta = 0$ wird, wenn

$$\frac{1}{2\,l} = \frac{3}{L}$$

Berechnen wir nun aus der Formel

$$\tau = \frac{\pi}{c} \sqrt{2 L C},$$

wo $\varrho = 0{,}0515$ ist, die Schwingungsdauer der untersuchten Resonatoren, so ergeben sich, nachdem die beobachteten Mittelwerte für die Deformation des Drahtes korrigiert worden sind, folgende zusammengehörige Grössen.

Tabelle XXI.

D	40	30	20	12	8	4
l	118,5	157,25	217	267	296	319
L	1762	2427	3489	4404	4943	5375
$10^9\ \tau_{\text{ber.}}$	22,18	22,55	22,07	19,21	16,62	12,25
$10^9\ \tau_{\text{beob.}}$	21,78	21,91	21,97	21,92	21,90	21,82
$\frac{\lambda_{\text{beob.}}}{l}$	5,5	4,2	3,0	2,5	2,3	2,1

Volle Übereinstimmung zwischen den berechneten und beobachteten Werten findet nirgends statt. In den drei

---

ist, d. h. wenn

$$\text{log. nat.}\ \frac{2\,l}{e\,\varrho} = 3$$

oder

$$l = \frac{e^4}{2} \cdot \varrho$$

ist. Für grössere Längen ist $d\,\delta$ positiv, für kleinere negativ. $l = \frac{e^4}{2} \cdot \varrho$ *muss also in den Grenzen, in welchen die obige Formel für* δ *gültig ist, ein Minimum von Strahlung repräsentieren. Die Lage dieses Minimums ist somit von der Kapazität des Resonators unabhängig.* Vergl. hierzu das Gesetz pag. 55.

ersten Kolumnen ist die beobachtete Schwingungsdauer immer kleiner als die berechnete. Die Abweichung beträgt aber höchstens 3 %, und die Übereinstimmung muss also hier als ziemlich befriedigend betrachtet werden [1]). In den drei letzten Kolumnen gehen die Abweichungen in der anderen Richtung. Die beobachteten Werte sind dort immer grösser als die berechneten, und von einer Übereinstimmung kann gar nicht die Rede sein.

Der Gültigkeitsbereich der Theorie wird durch die Grösse $\frac{\lambda}{l}$ bestimmt. Die Länge des Resonators muss nämlich gegen die Wellenlänge klein sein. Was dies bedeuten soll, ist aus der mitgeteilten Versuchsreihe ersichtlich. Dieselbe giebt nämlich als untere Grenze der Grösse $\frac{\lambda}{l}$ die Zahl 3, d. h. *die Schwingungsdauer eines geradlinigen Resonators lässt sich nur dann aus der Formel*

$$\tau = \frac{\pi}{c}\sqrt{2\,L\,C}$$

annähernd berechnen, wenn das Verhältnis der Wellenlänge ($c\tau$) zur Länge des Resonators die Zahl 3 übersteigt.

Die Dämpfungsdekremente sind in Tab. XXII zusammengestellt.

Tabelle XXII.

D	40	30	12	4
$\delta_{\text{ber.}}$	0,158	0,198	0,233	0,115
$\delta_{\text{beob.}}$	0,148	0,195	0,224	0,207

[1]) Vergl. die Diskussion pag. 73 ff.

Die beobachteten Werte sind alle um den Betrag 0,004 verkleinert, welche Zahl dem Energieaufwande für die Entwickelung Joule'scher Wärme entspricht.

Der Berechnung des Strahlungsdekrements ist für $D = 12$ und $D = 4$ die beobachtete Wellenlänge zu Grunde gelegt, da nach dem obigen Gesetze eine theoretische Wellenlänge bei so geringen Kapazitäten keinen Sinn mehr hat.

Die mitgeteilten Versuche sprechen allerdings zu Gunsten der Theorie, denn die Abweichungen zwischen den theoretischen und experimentellen Werten, die in den drei ersten Kolumnen thatsächlich vorkommen, lassen sich ohne weiteres auf die Unsicherheit zurückführen, mit welcher das logarithmische Dekrement des Hauptresonators behaftet ist. Und was die grosse Differenz in der letzten Kolumne betrifft, so spricht sie nur aus, dass die Grenzen des Gültigkeitsbereiches der Theorie hier überschritten sind.

Bemerkenswert ist, dass der Ausdruck für das Strahlungsdekrement in weiteren Grenzen verwendbar ist, als die Formel für die Eigenperiode eines Resonators. Für $D = 12$ beträgt nämlich das Verhältnis $\frac{\lambda}{l}$ nur den Wert 2,5, während als untere Grenze des Gültigkeitbereiches der Thomson'schen Formel die Zahl 3 gefunden wurde.

Als Resultat lässt sich also feststellen, dass *die Formel*

$$\delta = \frac{8\,\pi^4\,l^2\,C}{3\,\lambda^3}$$

ein richtiges Mass für die Energieausstrahlung eines geradlinigen Resonators giebt, wenn das Verhältnis der Wellenlänge zur Länge des Resonators nicht kleiner als 2,5 ist.

An das obige schliesst sich noch ein Versuch an, der zum Zweck gehabt hat zu untersuchen, ob sich die Schwingungsdauer und Dämpfung eines geradlinigen Resonators verändere, wenn die Kapazitäten so befestigt werden,

dass derselbe nicht mehr einen vollständigen Umdrehungskörper bildet. Es wurden darum die beiden grössten Scheiben, von 40 cm Durchmesser, in der vertikalen Meridianebene des Resonators aufgestellt und durch einen 119,5 cm langen Kupferdraht von der Dicke 0,0515 cm verbunden, der an die Ränder der Scheiben befestigt wurde. Die Eigenperiode und Dämpfung dieses Leiters wurden mit den entsprechenden Grössen des »Hauptresonators» verglichen. Es ergaben sich hier folgende Resultate:

Tabelle XXIII.

d	28,1	26,1	24,1	23,1	22,1	21,1	20,1	19,1	18,1	17,1	16,1	15,1	14,1	τ	ω
x	20,70	21,07	21,50	21,74	22,00	22,28	22,60	29,94	23,32	23,74	24,21	24,75	25,36		
y	9,8	15,6	27,7	36,5	45,2	49,1	44,2	32,0	21,7	14,1	—	—	—	22,21	0,128
y_1	—	—	9,5	11,1	15,0	20,2	26,6	32,4	32,7	26,4	17,9	11,6	7,8	23,08	0,148

Die Reihe y bezieht sich auf den »Hauptresonator», y_1 auf den hier untersuchten Leiter.

Die Resultate der letzten Reihe sind nicht unbedeutend grösser als diejenigen der ersten. *Die fragliche Veränderung in der Gestalt des Resonators hat also zu einer Zunahme sowohl der Schwingungsdauer als des Dämpfungsdekrements Anlass gegeben.*

Sucht man diese Differenz aus theoretischen Gründen zu erklären, so dürfte dabei allerdings folgender Umstand in Betracht kommen. In den citierten Formeln für die Schwingungsdauer und das Dämpfungsdekrement eines geradlinigen Leiters bedeutet l eigentlich die Länge der Schwingungen, d. h. den Abstand der Schwingungsknoten der magnetischen Kraft. Waren die Scheiben parallel aufgestellt, sodass der Resonator einen vollständigen Umdrehungskörper bildete, so konnte diese Grösse gleich der Entfernung der Mittelpunkte der Scheiben oder, was dasselbe ist, gleich

der Länge des Resonatordrahtes gesetzt werden. Stehen aber die Scheiben, wie in dem soeben beschriebenen Versuche, in derselben Vertikalebene, so muss man sich fragen, was nun unter der Länge des Dipols zu verstehen sei. Von der Verteilung der Elektrizität auf die Endkapazitäten wissen wir wohl in diesem Falle nicht viel mehr, als dass dieselbe beiderseits der Schwingungsachse eine symmetrische sein muss. Jedenfalls aber können nicht die Endpunkte des Resonatordrahtes und wahrscheinlich auch nicht die diametral entgegengesetzten Punkte der Platten Schwingungsknoten der magnetischen Kraft sein. Vielmehr glaube ich, dass die Knotenpunkte auch bei dieser Anordnung in der Nähe der Mittelpunkte zu suchen sind. Es muss somit die Länge der Schwingungen hier eine grössere werden, was die Zunahme von sowohl Schwingungsdauer als Dämpfungsdekrement erklären kann.

VI. Über die Energieausstrahlung stabförmiger Resonatoren.

Die elektrischen Schwingungen um einen stabförmigen Leiter sind von Herrn Abraham[1]) nach der Maxwell'schen Theorie behandelt. Unter der Voraussetzung, dass das Verhältnis von Stablänge zum Radius des Querschnittes eine grosse Zahl ist, ist es ihm gelungen, die Perioden und Dämpfungsdekremente sowohl der Grundschwingung als auch einer unbegrentzen Anzahl nahezu harmonischer Oberschwingungen zu berechnen.

Setzt man

$$\varepsilon = \frac{1}{4 \text{ log. nat. } \frac{l}{\varrho}},$$

wo die Bezeichnungen die gewöhnlichen sind, so ergiebt sich in der ersten Annäherung, d. h. bei Vernachlässigung von Grössen der Ordnung ε^2, dass die Wellenlänge der Grundschwingung gleich der doppelten Stablänge ist und dass die Oberschwingungen harmonisch sind.

Berücksichtigt man auch Grössen der Ordnung ε^2, so ist an der Stablänge eine Korrektion anzubringen, um ein ganzzahliges Vielfaches der halben Wellenlänge zu erhalten, und zwar ist der Stablänge ein bestimmter Bruchteil hinzuzufügen, nämlich für die Grundschwingung

---

[1]) M. Abraham, Wied. Ann. 66, pag. 435, 1898.

$$5{,}6\,\varepsilon^2$$

und für die erste Oberschwingung

$$3{,}3\,\varepsilon^2.$$

Für die höheren Oberschwingungen werden auch Korrektionen angegeben. Dieselben haben aber für das folgende kein Interesse, da diese Schwingungen nicht der Gegenstand der experimentellen Prüfung gewesen sind.

Für das Dämpfungsdekrement der Grundschwingung findet Abraham den Wert

$$\delta = 9{,}74\,\varepsilon.$$

Experimentell liess sich das Strahlungsdekrement nach der zuletzt beschriebenen Methode[1]) ermitteln. Es wurde also zunächst die Dämpfung eines drahtförmigen Resonators untersucht, dessen Radius 0,0515 cm betrug und dessen Länge so gewählt wurde, dass die Schwingungen desselben mit denen des »Hauptresonators» beinahe isochron waren. Das Gesamtdekrement des Resonators wurde dann aus der Formel

$$\delta = 0{,}152 + 2\,(\omega - \omega_1)$$

berechnet.

Tabelle XXIV enthält die Resultate der ersten Versuchsreihe.

[1]) Siehe pag. 76.

Tabelle XXIV.

l	d	30,1	28,1	26,1	24,1	23,1	22,1	21,1	20,1	19,1	18,1	17,1	16,1	τ	ω	$\omega - \omega_1$
	x	20,38	20,70	21,07	21,50	21,74	22,00	22,28	22,60	22,94	23,32	23,74	24,21			
334,5	y	3,9	5,7	7,9	10,7	11,9	11,9	10,7	8,8	6,5	4,5	—	—	21,89	0,165	0,036
119,5	y_1	4,2	6,9	11,7	20,1	26,0	31,1	33,3	29,1	21,2	14,1	9,3	—	22,20	0,129	
334,5	y	4,0	5,7	7,8	10,6	11,9	11,9	10,6	8,7	6,6	4,6	—	—	21,87	0,161	0,032
119	y_1	—	7,0	11,6	20,3	26,7	32,2	33,3	29,2	20,7	14,2	9,5	—	22,14	0,129	
342	y	—	3,3	4,1	6,0	7,1	8,2	8,6	8,1	6,7	5,0	3,7	—	22,26	0,170	0,030
119,5	y_1	—	—	8,0	14,6	18,6	22,0	22,7	20,7	20,1	15,1	10,1	7,0	22,19	0,140	
342	y	—	4,9	6,6	9,5	11,1	12,4	12,9	12,1	9,9	7,7	—	5,1	22,24	0,179	0,038
120	y_1	—	8,1	12,0	19,8	25,7	31,5	34,9	33,3	25,8	18,4	12,6	8,5	22,27	0,141	

Als mittlere Werte ergeben sich für die Länge

$$l = 338{,}2 \text{ cm},$$

für die Schwingungsdauer

$$\tau = 22{,}07 \times 10^{-9} \text{ sek.}$$

und für das Dämpfungsdekrement

$$\delta = 0{,}220.$$

Der Wert von τ ist wegen der Deformation des Drahtes zu korrigieren, und an δ ist wegen der Entwickelung Joule'scher Wärme die gewöhnliche Korrektion anzubringen. Dieselbe beträgt in diesem Falle 0,004, so dass die endgültigen Zahlen sind:

$$\tau_{\text{beob.}} = 21{,}76 \times 10^{-9} \text{ sek.}$$

und

$$\delta_{\text{beob.}} = 0{,}216.$$

Die theoretischen Werte werden in der ersten Annäherung

$$\tau_{\text{ber.}} = \frac{2 \times 338{,}2}{3 \times 10^{10}} \text{ sek.}$$

$$= 22{,}55 \times 10^{-9} \text{ sek.}$$

und

$$\delta_{\text{ber.}} = 0{,}276.$$

In der zweiten Annäherung wird

$$\tau_{\text{ber.}} = 22{,}65 \times 10^{-9} \text{ sek.}$$

Es kommen also zwischen Theorie und Erfahrung beträchtliche Abweichungen vor. *Die beobachtete Schwingungsdauer ist um 4 % kleiner als die berechnete, und das thatsächlich gefundene Strahlungsdekrement weicht um nicht weniger als 22 % vom theoretischen Werte ab.*

Die Differenzen sind nicht zufällig. Sie haben sich bei einem späteren Versuche wiederholt. Es wurde diesmal ein stabförmiger Leiter von grösserer Dicke untersucht. Derselbe bestand aus zwei Messingröhren von 160 cm Länge und 1,3 cm äusserem Durchmesser. Die Röhre waren mit kleinen Messingstücken zugepropft und genau abgerundet, so dass die Enden die Spitze eines Rotationsellipsoids bildeten. An den inneren Enden war ein dünnerer, umgebogener Draht angelötet, der wie gewöhnlich durch das Dynamometer gezogen war. Die Gesamtlänge des Resonators betrug 344 cm. Die Vergleichung desselben mit dem »Hauptresonator» führte zu folgendem Resultat.

Tabelle XXV.

l	d	26,1	24,1	23,1	22,1	21,1	20,1	19,1	18,1	17,1	16,1	15,1	τ	ω	$\frac{\omega}{\omega_1}$
	x	21,07	21,50	21,74	22,00	22,28	22,60	22,94	23,32	23,74	24,21	24,75			
344	y	4,2	5,0	5,8	6,8	7,7	8,6	9,0	8,6	7,4	5,7	4,0	22,92	0,280	0,090
119,5	y_1	8,0	14,6	18,6	22,0	22,7	22,7	20,1	15,1	10,1	7,1	—	22,19	0,140	

Es ergeben sich also

$$\tau_{\text{beob.}} = 22{,}61 \times 10^{-9} \text{ sek.}$$

und

$$\delta_{\text{beob.}} = 0{,}332.$$

Die Schwingungsdauer berechnet sich in diesem Falle zu

$$\tau_{\text{ber.}} = 23{,}14 \times 10^{-9} \text{ sek.}$$

und das Dämpfungsdekrement zu

$$\delta_{\text{ber.}} = 0{,}388.$$

Die Abweichungen sind also hier kleiner. Sie betragen für die Schwingungsdauer nur 2,3 % und für das logarithmische Dekrement 16,5 %.

Fragt man nach der Ursache der vorhandenen Differenzen, so bleibe ich allerdings die Antwort schuldig. Von Beobachtungsfehlern können sie nicht herrühren, und die Unsicherheiten sowohl der Messung als der Berechnung, die oben diskutiert wurden,[1]) sind bei weitem nicht hinreichend, um in diesem Falle eine Brücke zwischen Theorie und Erfahrung zu schlagen.

Eine qualitative Übereinstimmung findet indessen statt. Die Theorie lehrt, dass *sowohl die Schwingungsdauer als das Dämpfungsdekrement mit wachsender Dicke des Stabes zunehmen soll. Dieses Gesetz wird durch die Versuche in überzeugender Weise bestätigt.*

In dem Plan dieser Arbeit lag auch die Untersuchung der Oberschwingungen eines stabförmigen Leiters. Obwohl ein solches Studium für die vollständige Kenntnis der Energieausstrahlung allerdings fruchtbar wäre, muss es doch anderen Untersuchungen vorbehalten bleiben, da die hier mitgeteilten Versuche schon lange genug gedauert haben, um eine unmittelbare Veröffentlichung derselben wünschenswert zu machen. Es ist darum nur ein vorbereitender Versuch ausgeführt worden, der den Zweck hatte, eine Methode zur Untersuchung der Oberschwingungen zu prüfen.

Besonderes Interesse kann dieser Versuch vielleicht insofern beanspruchen, als es meines Wissens das erste Mal ist, dass die Existenz der *ersten* Oberschwingung ($n = 2$) eines Leiters festgestellt worden ist. Frühere Versuche[2]) über die Oberschwingungen sind nämlich immer durch Beobach-

[1]) Siehe pag. 73 ff.

[2]) M. Lamotte, Wied. Ann. 65, pag. 92, 1898; F. Kiebitz, loc. cit., pag. 11.

tungen in der Symmetrieebene ausgeführt. Durch solche Messungen sind aber die geradzahligen Oberschwingungen ($n = 2, 4 \ldots$) gar nicht nachzuweisen; denn in der Äquatorebene ist die magnetische Kraft Null, die Potentiale symmetrisch liegender Punkte sind gleich, und die Möglichkeit, in dieser Ebene Wellen zu erregen, fällt somit fort.

Herr Lamotte [1]) hat die von einem Lecher'schen und von einem Blondlot'schen Oscillator erzeugten Drahtwellen in Bezug auf etwaige Oberschwingungen untersucht. Durch Überbrückung an geeigneten Stellen wurde die Drahtleitung mehrmals zum Mitschwingen gebracht, was sich darin zeigte, dass eine auf den Schwingungsbauch gelegte Zehnder'sche Röhre ein Maximum der Helligkeit darbot. Es kann wohl nicht bezweifelt werden, dass die in dieser Weise beobachteten Schwingungen als thatsächliche Oberschwingungen zu deuten sind. Gehören aber dieselben dem eigentlichen Erreger, oder sind sie als Resultate der Wechselwirkung des Erregers und der Drahtleitung anzusehen? Nach den eingehenden Untersuchungen des Herrn von Geitler [2]) ist es ausser allen Zweifel gestellt, dass bei den erwähnten Erregerformen Komplikationen eintreten müssen. Man muss also bei der von Herrn Lamotte angewendeten Methode oft in Unsicherheit sein, was denn eigentlich der Gegenstand der Messung ist. Ausserdem gestattet jene Anordnung keine Bestimmung des Strahlungsdekrements der Schwingungen. Dieselbe muss wohl darum bei einer künftigen Untersuchung der Oberschwingungen Hertz'scher Leiter vor anderen einwandsfreieren Methoden zurücktreten.

Auch die von Herrn Kiebitz [3]) angewendete Versuchsanordnung scheint mir nicht einwurfsfrei zu sein. Es wurden dort die von einem 250 cm langen, stabförmigen

[1]) M. Lamotte, loc. cit.

[2]) J. v. Geitler, Wied. Ann. 57, pag. 412, 1896; 66, pag. 999, 1898.

[3]) F. Kiebitz, loc. cit. pag. 12.

Oscillator erzeugten Schwingungen mit Hilfe von Resonatoren untersucht. Dieselben wurden zunächst in Kreisgestalt aus $^1/_2$ mm starkem Kupferdraht hergestellt und enthielten »eine winzige, bei allen möglichst gleich grosse Funkenstrecke zwischen äusserst fein gefeilten, spitzen Drahtenden; die Längen dieser Kreise betrugen genau $\frac{248}{h}$ cm für $h = 8$ bis 21». Für ungeradzahlige Werte von h sprachen diese Empfänger deutlich auf die Oberswingungen des Erregers an. Ausserdem ergab sich deutliche Resonanz bei 83, 50,5 und 36,5 cm Länge des Empfängerdrahtes. Es wurde also in dieser Weise eine Reihe harmonischer Oberschwingungen von ungeradzahliger Ordnung ($n = 3, 5, 7 \ldots$) nachgewiesen. — Ein Versuch, das Dämpfungsdekrement der zweiten Oberschwingung zu bestimmen, wurde auch ausgeführt. [1]) Der Empfänger bestand diesmal »aus einem horizontal liegenden, 2 mm starken Kupferdraht, der im wesentlichen Kreisgestalt hatte» und durch eine elektrometrische Vorrichtung unterbrochen war. »Gegenüber derselben lief der Kreis in zwei durch eine bewegliche Drahtbrücke verbundene Paralleldrähte aus, sodass durch Verschieben der Brücke die Länge des Empfängers innerhalb gewisser Grenzen stetig variiert werden konnte.» [2])

Gegen diese Methode muss ich folgendes bemerken. Zunächst wird dieselbe auf die Untersuchung der Strahlung eines *primären* Leiters beschränkt, wobei die Funkenstrecke und die Ableitung der Energie durch die Zuleitungsdrähte vom Induktorium immer einen Energieverlust veranlassen, der nicht genau berechnet werden kann. Da die Beobachtungen immer in der Symmetrieebene ausgeführt werden müssen, wird ein Nachweis der Oberschwingungen geradzahliger Ordnung nicht möglich. Ferner stützt sich diese Methode auf die Annahme, dass die Wel-

[1]) F. Kiebitz, loc. cit., pag. 34.

[2]) F. Kiebitz, loc. cit., pag. 8.

lenlänge der Grundschwingung eines kreisförmig umgebogenen, drahtförmigen Empfängers gleich der doppelten Drahtlänge sei, was nach meinen Untersuchungen nicht genau der Fall ist. [1]) Störungen müssen auch von den überragenden parallelen Drahtenden hervorgerufen werden. Endlich erhält man keine Garantie dafür, dass das beobachtete mittlere Dekrement sich nur auf *eine* Oberschwingung des Oscillators und die entsprechende Resonatorschwingung bezieht. Vielmehr können nach meiner Meinung auch andere Komplikationen eintreten. Unter den höheren Oberschwingungen des Oscillators müssen nämlich mehrere vorkommen, die mit den Oberschwingungen des Resonators isochron sind. Es müssen also die thatsächlich beobachteten Resonatorschwingungen als eine Superposition einer Reihe beinahe harmonischer Resonatorschwingungen gedeutet werden.

Mit diesen Fehlern ist die hier dargelegte Methode nicht behaftet. Dieselbe bildet das elektrische Analogon eines akustischen Versuches, der im Jahre 1673 von zwei Engländern, Noble und Pigott, [2]) angestellt wurde. Werden zwei Saiten, A und B, die sich in der Nähe von einander befinden, auf denselben Ton abgestimmt, so fängt bekanntlich, wenn die Saite A angeschlagen wird, auch B durch Resonanz mitzuschwingen an. Wird aber durch A die erste Oktave, die Duodezime, die zweite Oktave u. s. w. der Saite B hervorgebracht, so lässt sich immerhin ein Mittönen von B beobachten. Dieselbe teilt sich in 2, 3, 4 . . . von Knoten scharf getrennte Teile und giebt der Reihe nach ihren ersten, zweiten, dritten . . . Oberton.

Es sei nun B ein elektrischer Resonator, A ein Oscillator, dessen Schwingungsdauer innerhalb möglichst weiter Grenzen variiert werden kann. Wird der Oscillator zunächst beinahe auf die Grundschwingung des Resonators abge-

[1]) Siehe pag. 101.

[2]) J. Violle, Lehrbuch der Physik, II:1, pag. 169, Berlin 1893.

stimmt, und wird seine Schwingungsdauer dann allmählich vermindert, so beobachtet man im Resonator eine Reihe deutlicher Schwingungsmaxima von abnehmender Amplitude, die der Reihe nach der Grundschwingung ($n = 1$), der ersten, zweiten, dritten ... Oberschwingung ($n = 2, 3, 4 \ldots$) entsprechen. Jedes Maximum repräsentiert eine »Resonanzkurve», die in der gewöhnlichen Weise untersucht werden kann. Zur Abmessung der Resonatorschwingungen eignet sich gut die oben mitgeteilte elektrodynamische Methode. Bei der Untersuchung der Grundschwingung und der Oberschwingungen ungeradzahliger Ordnung lassen sich die Beobachtungen am besten in der Mitte des Resonators anstellen. Die Oberschwingungen geradzahliger Ordnung besitzen aber an dieser Stelle einen Knotenpunkt der magnetischen Kraft. Um dieselben einer Messung zugänglich zu machen, muss somit die dynamometrische Vorrichtung in irgend einem anderen Punkt angebracht werden. Am besten beobachtet man im Schwingungsbauche, wo die magnetische Kraft ihre grösste Intensität besitzt.

Die Vorzüge dieser Versuchsanordnung vor den anderen bisher in Anwendung gekommenen Methoden sind folgende:

Dieselbe gestattet die Untersuchung *eines isoliert aufgestellten Resonators,* in dem die Vernichtung der Energie nur durch Ausstrahlung und durch Entwickelung Joule'scher Wärme stattfinden kann.

Sie gestattet eine Untersuchung *aller Oberschwingungen, unabhängig davon, ob dieselben geradzahliger oder ungeradzahliger Ordnung sind.*

Wenn der Oscillator eine geschlossene Form und eine möglichst grosse Kapazität besitzt, sodass derselbe möglichst frei von Oberschwingungen ist, so ist die Elektrizitätsbewegung im Resonator (in der Nähe jedes Maximums) als eine Superposition von nur zwei Partialbewegungen zu deuten, nämlich der »erzwungenen» Schwingung, deren unabhängige Parameter diejenigen des Oscillators sind, und den freien

Eigenschwingungen des Resonators.[1]) *Aus mehreren gleichzeitigen Oberschwingungen herrührende Komplikationen können also bei dieser Anordnung nicht eintreten.*

Endlich gestattet die vorgeschlagene Methode *eine einwurfsfreie Bestimmung der Strahlungsdekremente der Oberschwingungen.*[2])

Als Beispiel dieser Anordnung führe ich folgenden Versuch an. Ein 0,103 cm starker und 684 cm langer Kupferdraht wurde in der Ebene des Oscillators geradlinig ausgespannt. An einem Viertel der Länge wurde die gewöhnliche dynamometrische Vorrichtung angebracht. Maximale Resonanz ergab sich bei Plattenabständen des Oscillators von 4,0 und 26,1 mm, welche Werte einer Schwingungsdauer von $41{,}2 \times 10^{-9}$ bez. $21{,}07 \times 10^{-9}$ sek. entsprechen. Weitere Versuche konnten wegen des zu kleinen Umfanges des Oscillators nicht angestellt werden.

Vergleichen wir nun diese Resultate mit den theoretisch berechneten! Bezeichnet τ_g die Periode der Grundschwingung, τ_1 diejenige der ersten Oberschwingung, so ergeben sich in der zweiten Annäherung

$$\tau_g = \frac{2 \times 684 \times 1{,}004}{3 \times 10^{10}} = 45{,}8 \times 10^{-9} \text{ sek.}$$

und

$$\tau_1 = \frac{684 \,.\, 1{,}002}{3 \times 10^{10}} = 22{,}85 \times 10^{-9} \text{ sek.}$$

Die beobachteten Werte sind also auch in diesem Falle beträchtlich kleiner als die berechneten.

Man könnte sich vielleicht fragen, ob nicht diese Abweichungen davon herrühren könnten, dass die beobachteten Wellenlängen des Oscillators etwa zu klein wären.

[1]) Vergl. V. Bjerknes, Bih. till K. Sv. Vet.-Akad. Handl. Bd. 20, Afd. I, N:o 4, pag. 12, 1894.

[2]) Herr Kiebitz hat immer nur *mittlere* Dekremente beobachtet.

Nach der bekannten Thomson'schen Formel ist für einen geschlossenen Leiter

$$\tau = \frac{2\pi}{c}\sqrt{L\,C},$$

wo C die Kapazität des Kondensators, c die Lichtgeschwindigkeit $= 3\times10^{10}\frac{\text{cm}}{\text{sek}}$ ist. Die Grösse C berechnet man aus der Kirchhoff'schen Formel [1])

$$C = \frac{R^2}{4d} + \frac{R}{4\pi}\left(\text{log. nat. }\frac{16\pi(d+b)R}{e\,d^2} + \frac{b}{d}\,\text{log. nat. }\frac{d+b}{b}\right)$$

wo der Radius der Scheiben $R = 6$ cm, die Dicke $b =$ 0,31 cm, der Abstand derselben $d = 0{,}4$ cm ist. Man findet dann

$$C = 25{,}77 \text{ elektrostatische Einheiten.}$$

Für L berechnet man aus den angegebenen Dimensionen des Oscillatordrahtes den Wert

$$L = 1561 \text{ elektromagnetische Einheiten.}$$

Es wird also endlich

$$\tau_{\text{ber.}} = 42{,}0\times10^{-9} \text{ sek.}$$

Dieser Wert ist freilich ein wenig grösser als der experimentell gefundene $\tau_{\text{beob.}} = 41{,}2\times10^{-9}$ sek. *Derselbe weicht aber noch um nicht weniger als etwa 10 % von der berechneten Schwingungsdauer des stabförmigen Leiters ab.* Erkennt man also die Richtigkeit der Thomson'schen Formel, die bekanntlich mehrfach geprüft ist, so lässt sich feststellen, dass *die Abweichung der beobachteten von der berechneten Schwingungsdauer eines stabförmigen Leiters zufälligen Versuchsfehlern nicht zugeschrieben werden kann.*

[1]) G. Kirchhoff, Gesammelte Abhandlungen, pag. 112.

Die Untersuchung der stabförmigen Leiter hat also zu folgendem Resultat geführt:

Die der Grundschwingung entsprechenden Periode und Dämpfung eines stabförmigen Leiters sind immer kleiner als die berechneten.

Von zwei Stäben derselben Länge besitzt der dickere eine grössere Schwingungsdauer und auch ein grösseres Strahlungsdekrement als der von kleinerem Durchmesser.

Eine Methode zur Bestimmung der Perioden und Dämpfungsdekremente der Oberschwingungen Hertz'scher Leiter ist angegeben worden. Nach derselben wurde die erste nahezu harmonische Oberschwingung ($n = 2$) *nachgewiesen.*

VII. Über die Dämpfung und Schwingungsdauer verschieden geformter Resonatoren.

Es fragt sich endlich, in welcher Weise die Energieausstrahlung von der geometrischen Form des Resonators abhängt. Giebt es eine Form, die für die Ausstrahlung besonders günstig ist, und, in diesem Falle, welche? Oder wie ist ein Leiter zu bauen, dessen Schwingungen möglichst schwach gedämpft sind?

Die Vergleichung der »offenen» (geradlinigen) Resonatoren mit den »geschlossenen» bietet bei der Beantwortung dieser Fragen das grösste Interesse. Die Dämpfungsdekremente aller hier untersuchten geschlossenen Resonatoren liegen zwischen den Grenzen 0,018 und 0,118, diejenigen der »offenen» Leiter zwischen 0,148 und 0,332. Es ist also hier die Dämpfung der geradlinigen Leiterform immer beträchtlich grösser als diejenige der kreisförmigen oder quadratischen.

Ein direkter Versuch, der diese Verschiedenheit deutlich hervortreten lässt, ist folgender. Ein Kupferdraht von 342 cm Länge und 0,0515 cm Radius wurde zuerst geradlinig ausgespannt und dann umgebogen, sodass er ein Quadrat von 90 cm Seitenlänge bildete. Der Abstand der freien Enden betrug im letzten Falle 18 cm. Die Schwingungsdauer und das »mittlere Dekrement» wurden in beiden Fällen bestimmt. Der geradlinige Leiter lag in der Ebene des Oscillators; der quadratische Resonator war dem Oscillator parallel aufgestellt. — Betrachten wir nun die Resultate!

Tabelle XXVI.

Form des Resonators													τ	ω
	d	33,1	30,1	28,1	26,1	24,1	23,1	22,1	21,1	20,1	19,1	18,1	17,1	
	x	19,97	20,38	20.70	21,07	21,50	21,74	22,00	22,28	22,60	22,94	23,32	23,74	
Geradlinig	y	—	—	3,3	4,1	6,0	7,1	8,2	8,6	8,1	6,7	5,0	3,7	22,26	0,170
Quadratisch	y_1	2,8	4,7	8,9	16,0	23,4	24,0	20,0	14,5	9,3	6,2	—	—	21,62	0,112

Für den geradlinigen Leiter habe ich oben[1]) den Wert

$$\delta_g = 0{,}216$$

gefunden. Es wird also das Strahlungsdekrement δ_q des quadratischen Leiters

$$\delta_q = 0{,}216 - 2\,(0{,}170 - 0{,}112)$$

oder

$$\delta_q = 0{,}100.$$

Dieses Resultat steht in der besten Übereinstimmung mit den früheren Beobachtungen. Es lässt sich also folgendes Gesetz feststellen:

Die geradlinigen Resonatoren sind unter sonst vergleichbaren Verhältnissen viel — durschnittlich mehr als zweimal — stärker gedämpft als die kreisförmigen oder quadratischen.

Dies Gesetz enthält wohl nichts Überraschendes. Wird nämlich der Draht umgebogen, so sind in zwei, symmetrisch zur Äquatorebene liegenden Punkten die Ströme entgegengesetzt gleich und erzeugen elementare Wellen, die mit einander interferieren müssen. In dieser Weise wird aller Warscheinlichkeit nach die Strahlung nach innen und somit auch die Gesamtstrahlung beträchtlich vermindert.

Aus Tabelle XXVI ist ersichtlich, dass die Schwingungsdauer des quadratischen Leiters nicht unbedeutend

[1]) Siehe pag. 89.

kleiner als diejenige des geradlinigen ist. Es ist dies ein Resultat, das genau zu beachten ist. Bisher hat man sich nämlich im allgemeinen damit begnügt anzunehmen, dass die stehenden Schwingungen eines drahtförmigen Leiters durch zwei Knotenpunkte der magnetischen Kraft an den freien Enden charakterisiert wären. Es sollte somit die Wellenlänge der Grundschwingung gleich der doppelten Drahtlänge sein. Meine Versuche führen zu dem Resultat, dass dies für einen geradlinigen Leiter nur annäherungsweise der Fall ist. Für einen quadratischen Leiter ist nun die Wellenlänge allerdings kleiner. Es muss dies wahrscheinlich von der gegenseitigen Induktion der verschiedenen Drahtelemente auf einander abhängen, so dass einem kleineren Selbstinduktionskoeffizienten auch eine kleinere Schwingungsdauer entspricht.

Wird also ein Draht von 342 cm Länge zuerst geradlinig ausgespannt, darauf zu einem Quadrat von 90 cm Seitenlänge umgebogen und endlich rechteckig geformt mit einer Länge der kürzeren Seite von bez. 20, 2,5 und 1,2 cm, so ist zu erwarten, dass die Schwingungsdauer dieser Leiter eine abnehmende Reihe bilden muss. In der That wurden auch der Reihe nach folgende Werte beobachtet:

$$10^9\, \tau = 22{,}26 \quad 21{,}62 \quad 20{,}46 \quad 18{,}26 \quad 17{,}17.$$

Die Sprache dieser Zahlen ist deutlich genug. In Worten würde sie lauten:

Die Wellenlänge der Grundschwingung eines drahtförmigen Leiters ist immer kleiner als die doppelte Drahtlänge.

Die Abweichung wird bei gegebener Länge um so grösser, je kleiner der Selbstinduktionskoeffizient ist.

Wird also der Draht scharf umgebogen, so dass der Leiter die Form zweier parallellen Drähte erhält, so ist die Differenz beträchtlich. In einem Falle, wo die Entfernung der parallellen Drähte noch 1,2 cm betrug, wurde eine Verminderung der Schwingungsdauer von etwa 25 % beobachtet.

Bei allen in dieser Arbeit untersuchten Resonatoren *ist die Strahlung entschieden die wichtigste Dämpfungsursache.* Während das Strahlungsdekrement niemals unter den Wert 0,018 sinkt, erreicht das Joule'sche Dekrement nur in einem einzigen Falle den kleineren Wert 0,0155. Die Vernichtung der Energie durch Wärmeentwickelung kann bisweilen ausser Acht gelassen werden wie bei dem stabförmigen Leiter in Tabelle XXV, die durch Strahlung dagegen niemals. Ein anschauliches Bild von den relativen Veränderungen der verschiedenen Dekremente wird in der Tabelle X gegeben. Die Dämpfung durch Strahlung nimmt mit wachsender Kapazität oder — was hier dasselbe ist — mit wachsender Wellenlänge beständig ab, und zwar ist das Strahlungsdekrement etwa der Quadratwurzel der Kapazität ungekehrt proportional. Gerade entgegensetzt ist das Verhältnis bei der Dämpfung durch Wärmeentwickelung. Das Joule'sche Dekrement wächst nämlich mit der Wellenlänge, und etwa wie die Quadratwurzel derselben. Ist also die Kapazität sehr gross, und ist der Resonatordraht zugleich dünn und aus einem schlecht leitenden Material, so lässt sich voraussehen, dass einmal die Vernichtung der Energie durch Entwickelung Joule'scher Wärme die überwiegende sein wird. In Tabelle X kommt dieser Fall wohl nicht unmittelbar zum Vorschein, durch Extrapolation wird sich indessen ergeben, dass die beiden Zahlenreihen der verschiedenen Dekremente sich bei etwa $C = 80$ schneiden werden. — Die Veränderung des Joule'schen Dekrements mit der Länge des Resonatordrahtes ist sehr unbedeutend, da Zähler und Nenner in dem Ausdrucke für δ_j in etwa derselben Proportion wachsen.